

Metodología de la enseñanza de la matemática financiera y su aplicación en la contabilidad



**Metodología para la enseñanza de la
matemática financiera y su aplicación
en la contabilidad**

© Autores

*Juan Carlos Cevallos Hoppe
Carlos Geovanny Delgado Castro
Pedro Javier Cedeño Choéz
Henry David Vásconez Vásconez*



**Metodología para la enseñanza de la
matemática financiera y su aplicación
en la contabilidad**

© Autores

*Juan Carlos Cevallos Hoppe
Carlos Geovanny Delgado Castro
Pedro Javier Cedeño Choéz
Henry David Vásconez Vásconez*

***Casa Editora del Polo - CASEDELPO CIA.LTDA.
Departamento de Edición***

*Cda. El Palmar II Etapa - Mz E N°6
Teléfonos: (593-5) 6053240 - 0989922953
www.casedelpo.com*

ISBN: 978-9942-980-54-0

Corrector de estilo y prueba: Lic. Yaneidys Arencibia Coloma
Diseño de la cubierta: Edwin Alejandro Delgado Véliz

Primera edición

Enero-2017 Manta, Manabí, Ecuador.



© Reservados todos los derechos. *Queda estrictamente prohibida, sin la autorización expresa de los autores, bajo las sanciones establecidas en las leyes, la reproducción parcial o total de esta obra, por cualquier medio o procedimiento.*

Índice

Prefacio.....	11
Organización.....	13

CAPÍTULO I

1. Fundamentos de matemática básica.....	17
1.1. Logro de aprendizaje de la unidad.....	17
1.2. Conjuntos y el sistema de los números reales.....	17
1.2.1. Notación de conjuntos.....	17
1.2.2. Igualdad de conjuntos.....	18
1.2.3. Subconjuntos.....	18
1.2.4. Unión e intersección de conjuntos.....	19
1.2.5. Conjunto de números.....	20
1.2.5.1. Números naturales.....	20
1.2.5.2. Números enteros no negativos.....	20
1.2.5.3. Números enteros.....	21
1.2.5.4. Números primos.....	21
1.2.5.5. Números compuestos.....	22
1.2.5.6. Números racionales.....	22
1.2.5.7. Números irracionales.....	23
1.2.5.8. Números reales.....	23
1.3. Aritmética y Propiedades de los Números Reales.....	23
1.3.1. Suma de números reales.....	23
1.3.2. Resta de números reales.....	25
1.3.3. Multiplicación de los números reales.....	25
1.3.3.1. Multiplicación de números reales.....	26
1.3.3.2. División de números reales.....	26
1.4. Exponentes.....	27
1.4.1. Exponente de los números reales.....	27
1.4.2. Propiedades de los exponentes.....	28
1.5. Notación científica.....	30
1.6. Logaritmos.....	31
1.6.1. Propiedades de los logaritmos.....	31
1.7. Progresiones.....	32
1.7.1. Progresión aritmética.....	33
1.7.2. Progresión geométrica.....	34
1.8. Resolución de ecuaciones.....	35

Comité Editorial

Abg. Néstor D. Suárez Montes

Casa Editora del Polo (CASEDELPO)

Ph. D. Fernando Represa Pérez

Universidad Laica Eloy Alfaro de Manabí, Manta, Ecuador

Ph. D. Marco A. Zaldumbide Verdezoto

Universidad Central del Ecuador, Quito, Ecuador

Ing. Vanessa Quishpe Morocho

Universidad Tecnológica Israel, Quito, Ecuador

MSc. Ricardo Giniebra Urra

Universidad de la Habana, Cuba

Dra. Maritza Berenguer

Universidad Santiago de Cuba, Cuba

Dr. Víctor R. Jama Zambrano

Universidad Laica Eloy Alfaro de Manabí, Chone, Ecuador

MSc. Yaneidys Arencibia Coloma

Universidad de Oriente, Santiago de Cuba, Cuba

CAPÍTULO II

2. Interés simple	37
2.1. Logro de aprendizaje de la unidad	37
2.2. Justificación	37
2.3. Objetivo	37
2.4. Definición	37
2.5. Cálculo del interés	38
2.6. Elementos	38
2.7. Fórmulas del interés simple	39
2.8. Análisis de la tasa de interés simple	39
2.9. Análisis del tiempo en el interés simple	40
2.10. Problemas resueltos sobre el interés simple	42
2.11. Cálculo del capital; tasa de interés y el tiempo en el interés simple	49
2.12. Cálculo del monto en el interés simple	51
2.13. Valor actual en el interés simple	53
2.14. Ecuaciones de valor en el interés simple	60
2.15. Problemas propuestos	65

CAPÍTULO III

3. Interés sobre saldos deudores	67
3.1. Logro de aprendizaje de la unidad	67
3.2. Justificación	67
3.3. Objetivo	67
3.4. Definición	67
3.5. Fórmulas aplicadas en los diferentes métodos	68
3.6. Problemas resueltos, método de acumulación de intereses o “lagarto”	69
3.7. Problemas resueltos, método de saldos deudores	70
3.8. Problemas resueltos del método de las cuotas fijas	75

CAPÍTULO IV

4. Interés compuesto	79
4.1. Logro de aprendizaje de la unidad	79
4.2. Justificación	79
4.3. Objetivo	79
4.4. Definición	80
4.5. Fórmula para el interés compuesto	80
4.5.1. Factores financieros a partir del interés compuesto	81
4.6. Diferencia entre interés simple y compuesto	82

4.7. Análisis del tiempo	84
4.8. Valor futuro con períodos fraccionarios	87
4.9. Problemas resueltos	87
4.10. Fórmula de equivalencia. Tasa nominal - Tasa efectiva	92
4.11. Cálculo del tiempo en interés compuesto	95
4.12. Ejercicios planteados	96
4.13. Valor Actual en el interés compuesto (VAN)	97
4.13.1. Valor actual neto con períodos fraccionado	99

CAPÍTULO V

5. Descuento	101
5.1. Logro de aprendizaje de la unidad	101
5.2. Justificación	101
5.3. Objetivo	101
5.4. Definición	101
5.5. Descuento racional	102
5.6. Descuento bancario; comercial o bursátil	104
5.7. Ejercicios propuestos	108

CAPÍTULO VI

6. Anualidades	111
6.1. Logro de aprendizaje de la asignatura	111
6.2. Justificación	111
6.3. Objetivo	111
6.4. Definición	111
6.5. Tipos de anualidades	112
6.5.1. De acuerdo al tiempo	113
6.5.1.1. Anualidad cierta	113
6.5.1.2. Anualidad contingente	113
6.5.2. De acuerdo con los intereses	114
6.5.2.1. Anualidad simple	114
6.5.2.2. Anualidad general	114
6.5.3. De acuerdo a los pagos	114
6.5.3.1. Anualidad vencida	114
6.5.3.2. Anualidad anticipada	114
6.5.4. De acuerdo con el momento que iniciamos	114
6.5.4.1. Anualidad inmediata	114
6.6. Valor futuro de una anualidad	115
6.7. Valor actual de una anualidad	115
6.8. Ejercicios propuestos	119

6.9. Gradientes	120
6.9.1. <i>Definición</i>	120
6.9.2. <i>Gradientes aritméticos</i>	120
6.10. Valor futuro de un gradiente aritmético	121
6.10.1. <i>Valor futuro de un G. A. vencido</i>	121
6.10.2. <i>Valor futuro de un G.A. anticipado</i>	122
6.11. Valor actual de un Gradiente aritmético	123
6.11.1. <i>Valor actual de un G.A. vencido</i>	123
6.11.2. <i>Valor actual de un G.A. anticipado</i>	124

CAPÍTULO VII

7. Amortización	125
7.1. <i>Logro de aprendizaje de la unidad</i>	125
7.2. <i>Justificación</i>	125
7.3. <i>Objetivo</i>	125
7.4. <i>Definición</i>	125
7.5. <i>Construcción de una tabla de amortización para los períodos</i>	127
7.6. <i>Fondos de amortización</i>	129
7.6.1. <i>Componentes de una tabla de fondos de Amortización</i>	129
7.7. <i>Préstamos hipotecarios</i>	138
7.7.1. <i>Tipos de tasa de interés para la amortización de créditos hipotecarios</i>	139
7.8. <i>Ejercicios propuestos</i>	142

CAPÍTULO VIII

8. El sistema financiero y el mercado de capitales	145
8.1. <i>Logro de aprendizaje de la unidad</i>	145
8.2. <i>Justificación</i>	145
8.3. <i>Objetivo</i>	145
8.4. <i>Definición</i>	145
8.4.1. <i>El sistema financiero</i>	145
8.4.2. <i>El mercado de capitales</i>	147
8.5. <i>Bonos</i>	148
8.5.1. <i>Fórmula para calcular el precio de un bono</i>	149
8.5.2. <i>Elementos o partes de un bono</i>	149

CAPÍTULO IX

9. Indicadores de evaluación financiera	153
9.1. <i>Logro de aprendizaje de la asignatura</i>	153
9.2. <i>Justificación</i>	153
9.3. <i>Objetivo</i>	153
9.4. <i>Definición</i>	153
9.5. <i>VAN (Valor Actual Neto)</i>	154
9.5.1. <i>Fórmulas</i>	154
9.6. <i>TIR (Tasa Interna de Retorno)</i>	156
9.6.1. <i>Fórmula con base el VAN</i>	156
9.6.2. <i>Fórmula de la TIR por interpolación</i>	159

CAPÍTULO X

10. Depreciación	161
10.1. <i>Logro de aprendizaje de la asignatura</i>	161
10.2. <i>Justificación</i>	161
10.3. <i>Objetivo</i>	161
10.4. <i>Definición</i>	161
10.5. <i>Métodos de depreciación</i>	162
10.5.1. <i>Método legal</i>	162
10.5.2. <i>Método Lineal o Línea Recta</i>	164
10.5.3. <i>Método Decreciente</i>	170
10.5.4. <i>Método Por Unidades De Producción</i>	176

CAPÍTULO XI

11. Amortización de activos fijos	183
11.1. <i>logro de aprendizaje de la asignatura</i>	183
11.2. <i>Justificación</i>	183
11.3. <i>Objetivo</i>	183
11.4. <i>Definición</i>	183
11.4.1. <i>Activos fijos</i>	183
11.4.2. <i>Amortización de activos fijos</i>	186
11.5. <i>Tenemos tres métodos de amortización</i>	186
11.5.1. <i>De línea recta</i>	187
11.5.2. <i>Método de saldos decrecientes</i>	188
11.5.3. <i>Método de unidades producidas</i>	190

CAPÍTULO XII

12. Ajustes y reclasificaciones contables	193
12.1. <i>Logro de aprendizaje de la asignatura</i>	193

12.2. Justificación	193
12.3. Objetivo	193
12.4. Definición	194
12.5. Principales ajustes	195
12.5.1. <i>Ajustes por omisión</i>	195
12.5.2. <i>Ajustes por error</i>	195
12.5.3 <i>Ajustes por uso indebido</i>	197
12.5.4. <i>Ajustes por perdidas fortuitas</i>	198
12.5.5. <i>Ajustes prepagados y precobrados</i>	199
12.5.6. <i>Ajustes por gastos y cuentas pendientes</i>	201
12.5.7. <i>Ajustes por depreciación de activos fijos</i>	202
12.5.8 <i>Ajustes por provisión para posibles incobrables</i>	205
12.5.9. <i>Ajustes por amortización de activos diferidos</i>	207
Conclusiones	209
Referencias bibliográficas	211

Prefacio

La Matemática Financiera tiene múltiples aplicaciones para ser utilizadas en cualquier profesión, razón por la cual es necesario que los estudiantes conozcan los principios básicos para el manejo de las diferentes situaciones de orden financiero, que se presentan a diario en sus actividades. Por medio de esta propuesta, se presenta una reflexión sobre los procesos de enseñanza de Matemática Financiera, en los diversos programas de Ciencias Económicas (Administración de Empresas, Contabilidad y Auditoría, Comercio Exterior, Finanzas, entre otros).

La estructura de este texto, lleva la intencionalidad de que el aprendizaje de la matemática aplicada por parte de los estudiantes, sea más sencillo de captar en relación a otros tipos de información ya editadas, basándonos en la contextualización de los problemas aquí desarrollados, más la simplicidad de su aplicación sin descartar los parámetros matemáticos básicos y sus leyes.

La importancia de un estudio, es el cúmulo de razones por las cuales se justifica una investigación. Pardinas (1978), sugiere tres criterios: Científico, Humano y Contemporáneo; esto conlleva una contribución al conocimiento y a la posibilidad e implicación para resolver problemas actuales de la sociedad. En el mismo sentido Ackoff y Miller (citados en Edel, 2007), plantean unas interrogantes que agrupadas resaltan; la conveniencia, su relevancia social, las implicaciones prácticas, el valor teórico y la propia utilidad metodológica. Fundamentado en estos preceptos, la justificación de la elaboración de este libro es contribuir a la Teoría, a la Metodología, a la Sociedad y al Crecimiento

Personal, de quienes suscriben el estudio de la Matemática Financiera.

Esta asignatura pretende, dar una visión de los diferentes aspectos que conforman las herramientas financieras, asociadas fundamentalmente al mundo empresarial, con el fin de poner al alcance tanto profesional como del estudiante, los conocimientos que precisan en esta área, tanto desde el punto de vista teórico como desde el punto de vista práctico.

Es muy importante conseguir que los estudiantes adquieran los conocimientos necesarios para el estudio, la solución de los problemas financieros y en general para una posterior toma de decisiones, correlacionadas en los logros de aprendizajes planteados en las nueve unidades de este libro.

La asignatura permite al estudiante, formarse en los aspectos básicos de la valoración del rendimiento y diversificación del riesgo de los activos financieros y sus derivados; desarrolla sus capacidades para comprender y analizar críticamente la información financiera. El desarrollo de la misma sirve de referencia teórico-práctica, para los responsables de los aspectos financieros de la empresa y por tanto sirve de base para el estudio de las de las diferentes temáticas, de un programa formativo centrado en las áreas de inversión y financiación.

Organización

En este libro, presentamos una primera unidad donde estudiaremos los Fundamentos de Matemática Básica, pues la falta de profundización en los orígenes de los conceptos básicos de la Matemática Financiera, hace que muchos de los docentes no conozcan los principios básicos de la disciplina, lo que puede generar debilidad al enseñar, al investigar y por supuesto al deducir fórmulas utilizadas en la matemática financiera. Situación que impide generar una cultura investigativa en el área, por parte de sus estudiantes, convirtiéndola simplemente en una práctica de formalismos, o técnicas de solución supeditadas a una receta.

Las unidades dos y tres, describen el estudio del interés simple utilizando los conceptos fundamentales del valor del dinero en el tiempo, aplicados a la realidad de manera lógica y ordenada en sus procedimientos. En el sistema capitalista es muy común la compra de bienes o servicios, mediante el método de las ventas a créditos. Casi todos los seres humanos utilizamos este método, cuando deseamos adquirir un bien o servicio y el dinero no nos alcanza para conseguirlo mediante el pago de contado, para ello revisaremos los saldos deudores. En la unidad cuatro analizaremos el Interés Compuesto, su conocimiento y manejo del mismo es necesario en las operaciones financieras a largo plazo, en operaciones de inversiones de capital, en los cálculos del monto, del interés y del tiempo. Este tipo de interés se capitaliza de acuerdo con el tiempo medido en períodos de capitalización o conversión. Igualmente, el concepto y aplicación del valor actual es básico en el interés compuesto para manejar en documentos e inversiones financieras en largo plazo.

CAPÍTULO I

1. Fundamentos de matemática básica

1.1. Logro de aprendizaje de la unidad

Al término de este capítulo, el lector-estudiante podrá examinar en forma práctica y sencilla los conceptos matemáticos básicos aplicados en operaciones comerciales y financieras. Valorará la importancia de la asignatura en su vida profesional.

1.2. Conjuntos y el sistema de los números reales

1.2.1. Notación de conjuntos

Un conjunto es una colección de objetos, para denotar un conjunto mediante el número de lista o enumeración, se encierra entre llaves sus elementos (Eslava, M.& Velasco, J. 1997).

- a) $\{2,4,6\}$ denota el conjunto cuyos elementos son 2, 4, 6.
- b) $\{a,e,i\}$ representa el conjunto cuyos elementos son a, e, i.

Para indicar que 6 es un elemento del conjunto $\{2,4,6\}$ escribimos: $6 \in \{2,4,6\}$

Para indicar que 5 no es un elemento del conjunto se escribe: $5 \notin \{2,4,6\}$

La expresión: $A = \{a,e,i,o,u\}$ indica que A es el conjunto

La unidad cinco describe a los descuentos, tanto a interés simple como compuesto de los documentos financieros, utilizando fórmulas apropiadas, aplicados a la realidad indicando coherencia en sus procedimientos. En la unidad seis se verifica, la consistencia matemática de las anualidades en la estructuración de los productos financieros. Las anualidades son un proceso, que se utiliza todos los días para resolver ejercicios de matemática financiera, se identifica con muchos procesos y por eso su importancia. Además, también se hará revisión a una forma de anualidad llamada gradientes.

La unidad siete, contiene resoluciones de problemas y casos de amortizaciones de deudas, aplicados en la realidad empresarial y laboral. En el ámbito comercial la necesidad de obtener bienes o artículos en diferido, hace importante al estudio de las amortizaciones, principalmente la de orden gradual. La forma como saldar principalmente las rentas, su distribución y los valores de intereses, en cada capitalización mensual. En la unidad ocho se hace una revisión general en el sistema financiero, con las principales normas e instituciones que la conforman, y los principales documentos financieros, tanto de la renta fija como variable. Dentro de estos documentos se analizarán los conceptos y cálculos, vinculados a los distintos tipos de bonos que circulan en los mercados.

En la unidad nueve se realiza una breve revisión de los indicadores financieros, enfatizando la solución de problemas y casos, empleando la teoría de indicadores financieros para la toma de decisiones en proyectos de inversión, destacándose como una herramienta importante dentro del desarrollo empresarial.

que contiene las vocales a, e, i, o, u. Este conjunto también se puede expresar por comprensión en la notación de definición de conjunto en la forma.

$$B = \{x / x \text{ sea una vocal}\}$$

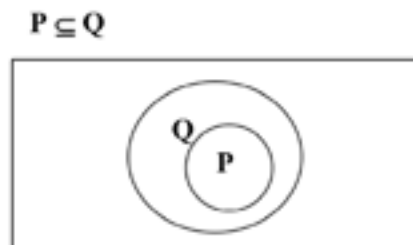
Como los conjuntos A y B tienen los mismos elementos, decimos que son iguales.

1.2.2. Igualdad de conjuntos

Dos conjuntos son iguales, cuando tienen exactamente los mismos elementos, si los conjuntos A y B son iguales, escribimos $A = B$.

1.2.3. Subconjuntos

Si los elementos del conjunto P también es un elemento del conjunto Q, decimos que el conjunto $P \subseteq Q$. En forma gráfica sería:



También:

$$\{1,2,3,5\} \subseteq \{1,2,3,4,5,6\}$$

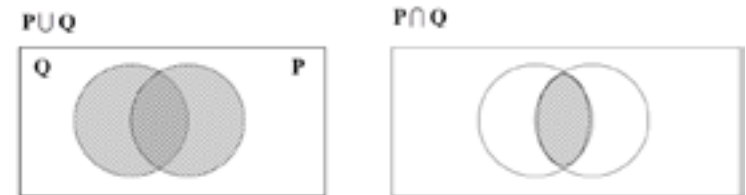
Un conjunto sin elemento se le llama conjunto vacío; y se representa por \emptyset .

1.2.4. Unión e intersección de conjuntos

Si los elementos del conjunto P se unen a los elementos del conjunto Q, se obtendrá la unión de P y Q, y se representa por $P \cup Q$.

Esto determina que los elementos de $P \cup Q$; son elementos recíprocos de P y Q.

El conjunto de elementos comunes al conjunto P y al conjunto Q se llama intersección de P y Q, y se representa por $P \cap Q$. Los elementos de $P \cap Q$, son aquellos que están tanto en P y en Q.



Si $A = \{a, e, i, o, u\}$ y $B = \{a, b, c, d, e\}$, determinar:

a) $A \cup B = \{a, b, c, d, e, i, o, u\}$

b) $A \cap B = \{a, e\}$

c) $(A \cap \emptyset) \cup B = \emptyset \cup B \Rightarrow B = \{a, b, c, d, e\}$

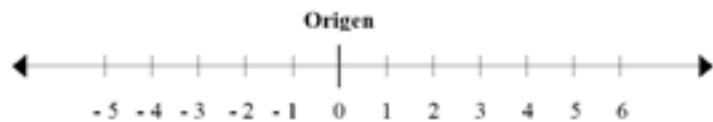
1.2.5. Conjunto de números

En el álgebra se utiliza mucho los conjuntos de números,

pero principalmente se usan los números reales en el cual se basará nuestro estudio.

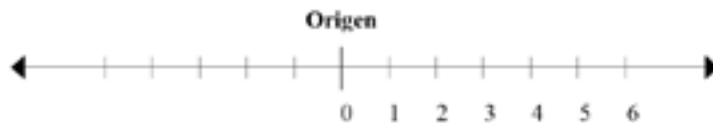
1.2.5.1. Números naturales

Son aquellos que sirven para contar
{1,2,3,4,5,6,7,8,9.....}



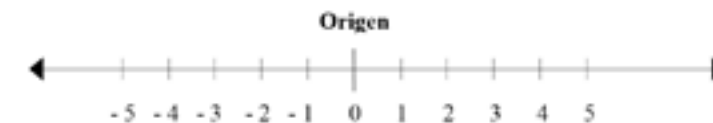
1.2.5.2. Números enteros no negativos

Son los números naturales junto con el cero
{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9.....}



1.2.5.3. Números enteros

Son los números naturales, el cero y los negativos de los números naturales. {..., -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, ...}



Tómese en consideración que el número cero no es positivo ni negativo.

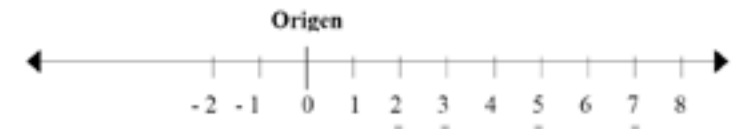
Los enteros pares son aquellos que son divisibles entre dos y los que no son divisibles entre dos se denominan enteros impares o nones.

a) Los enteros pares entre -6 y 6 son: {-6, -4, -2, 0, 2, 4, 6}

b) Los enteros impares entre -4 y 4 son: {-3, -1, 1, 3}

1.2.5.4. Números primos

Son los números naturales mayor que 1, que sólo son divisibles entre ellos mismos y entre la unidad.



1.2.5.5. Números compuestos

Son los números naturales mayores que 1, que no son números primos.



1.2.5.6. Números racionales

Son aquellos que se pueden escribir en la forma:

$$\frac{a}{b} (b \neq 0)$$

donde a y b son número enteros:

$$\frac{9}{4}, \frac{2}{3}, -\frac{162}{30}$$

Tómese en cuenta que el entero -8 es un número racional; porque se puede escribir en la forma: $-\frac{8}{1}$

Note que todos los enteros son números racionales. A su vez $0,125$ es un número racional; porque se puede escribir en la forma: $\frac{1}{8}$

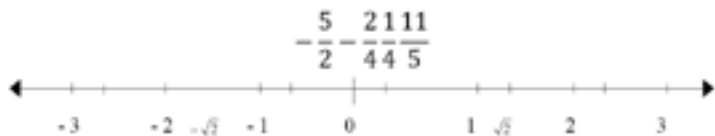
1.2.5.7. Números irracionales

Son aquellos cuyas formas decimales están formadas por dígitos decimales no terminales y no repetitivos.

$$\pi=3,141592653\dots \quad \sqrt{3}=1,7320508076\dots$$

1.2.5.8. Números reales

Son los que se pueden expresar ya sea con decimal terminal; periódico y no periódico. Entre ellos los números racionales no enteros, los enteros y los irracionales.

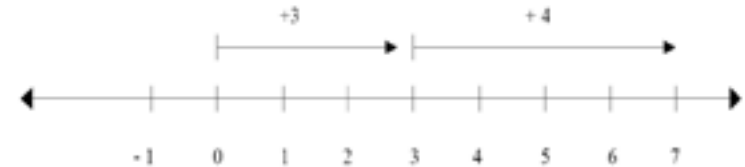


1.3. Aritmética y propiedades de los números reales

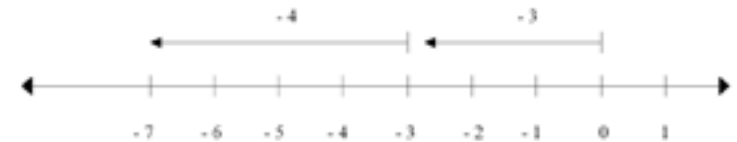
Me permito mostrar la forma de sumar, restar, multiplicar y dividir los números reales.

1.3.1. Suma de números reales

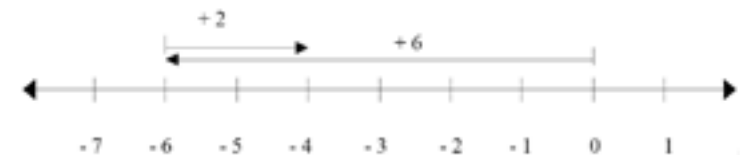
Cuando sumamos dos números, al resultado se le denomina suma. Para calcular la suma de $+3$ y $+4$, podemos representarlo con una flecha, y el extremo final de la flecha segunda está el $+7$, tenemos que $+3+(+4)=+7$



Para sumar -3 y -4 podemos trazar flechas como el ejercicio anterior pero la saeta en el sentido contrario.



Para sumar -6 y $+2$ se trazan flechas según sus sentidos como la saeta de la segunda flecha está en -4 , entonces: $(-6)+(2)=-4$



1.3.1.1. Tipos de suma de números reales

a) Con signos iguales.- Se suman los valores absolutos de los números y se conserva el signo común.

$$+4+(+8)=+12$$

b) Con signos distintos.- Se restan los valores absolutos (el menor del mayor) y se mantiene el signo del número con el mayor valor absoluto.

$$-5+(-3)=-8$$

$$9+(-5)=4$$

$$-12+(+5)=-7$$

1.3.2. Resta de números reales

Si a y b son números reales, entonces $a-b=a+(-b)$

a) $-13-5=-13+(-5)=-18$

b) $-14-(-6)=-14+(+6)=-8$

1.3.3. Multiplicación de los números reales

El resultado de la multiplicación de dos números, se le llama producto. Podemos calcular el producto de 6 por 3 usando el 3 y sumándolo 6 veces consigo mismo :

$$6(3) = 3+3+3+3+3+3 = 18$$

También se puede calcular el producto de $6(-3)$, usando el -3 y sumando 6 veces consigo mismo.

$$6(-3) = (-3)+(-3)+(-3)+(-3)+(-3)+(-3) = -18$$

También:

$$6(-3) = -(-3)-(-3)-(-3)-(-3)-(-3)-(-3)$$

$$= 3+3+3+3+3+3 = 18$$

1.3.3.1. Multiplicación de números reales:

Con signos iguales: se multiplican sus valores absolutos. El producto es positivo.

$$(-5) \cdot 6 = +30$$

Con signos distintos.- Se multiplican sus valores absolutos. El producto es negativo.

$$4 \cdot (-7) = -28$$

1.3.3.2. División de números reales

Cuando se dividen dos números, al resultado se le denomina cociente.

$$\frac{+10}{+2} = +5 \text{ Porque } +2(+5) = +10$$

$$\frac{-10}{-2} = +5 \text{ Porque } -2(+5) = -10$$

Con signos iguales: se dividen sus valores absolutos. El cociente es positivo.

$$\frac{36}{18} = +2$$

Con signos distintos.- Se dividen sus valores absolutos. El cociente es negativo.

$$\frac{-22}{11} = -2$$

División entre 0.- No está definido

1.4. Exponentes

Indica el número de veces que se repite la base

$$P^4 = P \cdot P \cdot P \cdot P$$

1.4.1. Exponente de los números reales

Si n es un número natural, entonces:

$$X^n = \underbrace{X \cdot X \cdot X \cdot X \cdots X}_n \text{ factores de } X$$

La expresión exponencial X^n se llama potencia de X ; y se lee “ X a la n ésima potencia” donde X toma el nombre de base y n se llama exponente.

Un exponente que sea número natural nos dice cuántas veces se usa la base de una expresión exponencial como factor de un producto.

$$a) (-3)^3 = (-3)(-3)(-3) = -27$$

$$b) \left(\frac{1}{3}a\right)^3 = \left(\frac{1}{3}a\right)\left(\frac{1}{3}a\right)\left(\frac{1}{3}a\right) = \frac{1}{27}a^3$$

$$c) -2^4 = (-2)(-2)(-2)(-2) = 16$$

$$d) \left(-\frac{1}{5}b\right)^2 = \left(-\frac{1}{5}b\right)\left(-\frac{1}{5}b\right) = \frac{1}{25}b^2$$

1.4.2. Propiedades de los exponentes

Regla del producto para exponente.- Si m y n son números naturales, entonces:

$$X^m \cdot X^n = X^{m+n}$$

$$a) P^4 P^5 P^3 = P^{4+5+3} \Rightarrow P^{12}$$

$$b) a^2 b^3 a^3 b^2 = a^2 \cdot a^3 \cdot b^3 \cdot b^2 \Rightarrow a^{2+3} b^{3+2} \Rightarrow a^5 b^5$$

$$c) -8x^4 \left(\frac{1}{4}x^3\right) = -8 \left(\frac{1}{4}\right) x^4 \cdot x^3 = -2x^7$$

$$d) (3x)^2 = (3x)(3x) \Rightarrow (3)(3)(x)(x) = 9x^2$$

Regla de potencia de los exponentes.- Si m y n son números naturales, entonces:

$$(x^m)^n = x^{m \cdot n}$$

$$(xy)^n = x^n y^n$$

$$\left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n} \quad (y \neq 0)$$

$$a) (x^2 y)^3 = (x^2)^3 y^3 \Rightarrow x^6 y^3$$

$$b) (x^2)^4 (x^3)^2 \Rightarrow x^8 x^6 \Rightarrow x^{14}$$

$$c) (x^2 \cdot x^3)^6 = (x^5)^6 \Rightarrow x^{30}$$

$$d) \left(\frac{x}{y^2}\right)^4 = \frac{x^4}{(y^2)^4} \Rightarrow \frac{x^4}{y^8}$$

El exponente cero.- Si $x \neq 0$, entonces $x^0 = 1$. Cualquier base distinta de cero elevada a la potencia cero, es igual a 1.

$$\text{a) } 5^0 = 1 \quad \text{b) } (-7)^0 = 1 \quad \text{c) } \left(\frac{1}{2}x^2y^3z^0\right)^0 = 1$$

Exponentes negativos: si n es un número entero y, entonces:

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n} \text{ y } \frac{1}{x^{-n}} = x^n$$

$$\text{a) } (2x)^{-3} = \frac{1}{(2x)^3} = \frac{1}{8x^3}$$

$$\text{b) } x^{-5} \cdot x^3 = x^{-5+3} \Rightarrow x^{-2} \Rightarrow \frac{1}{x^2}$$

$$\text{c) } 3x^{-4} = \frac{3}{x^4} = \frac{3}{x^4}$$

$$\text{d) } (x^{-3})^{-2} = x^{(-3)(-2)} = x^6$$

Regla del cociente.- Si m y n son enteros, entonces:

$$\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n} \quad (x \neq 0)$$

$$\text{a) } \frac{x^{-5}}{x^{11}} = x^{-5-11} \Rightarrow x^{-16} \Rightarrow \frac{1}{x^{16}}$$

$$\text{b) } \frac{(x^2)^3}{(x^3)^2} = \frac{x^6}{x^6} \Rightarrow x^{6-6} = x^0 = 1$$

$$\text{c) } \left(\frac{a^{-2}b^3}{a^2a^3b^4}\right)^4 = \left(\frac{a^{-2}b^3}{a^5b^4}\right)^4 \Rightarrow (a^{-2-3}b^{3-4})^4$$

$$\left(\frac{a^{-2}b^3}{a^2a^3b^4}\right)^4 = (a^{-2}b^{-1})^4 = \left(\frac{1}{a^2b}\right)^4 = \frac{1}{a^8b^4}$$

1.5. Notación científica

Un número está escrito en notación científica cuando tiene la forma $N \times 10^n$, siendo $1 \leq N < 10$ y n es un número entero.

Convertir:

a) 29 980 000 000; b) 0,000 000 167; y c) -0.0013; a la notación científica

a) Para obtener dicha cantidad, se debe recorrer el punto decimal de 2,998 diez lugares hacia la derecha. Entonces 2,998 por 10^{10} .

$$29\,980\,000\,000 = 2,998 \times 10^{10}$$

b) Para obtener 0,000 000 167, debemos recorrer el punto decimal de 1,67 siete lugares hacia la izquierda, entonces 1,67 por 10^{-24}

$$0,000\,000\,167 = 1,67 \times 10^{-24}$$

c) Para obtener -0,0013 se recorremos el punto decimal de -1,3 tres lugares hacia la izquierda, multiplicarlo por 10^{-3} .

$$-0,0013 = -1,3 \times 10^{-3}$$

d) $3,7 \times 10^5$ a notación normal

$$3,7 \times 10^5 = 370\,000$$

e) $1,1 \times 10^{-3}$ a la notación normal

$$1,1 \times 10^{-3} = 0,0011$$

1.6. Logaritmos

La aplicación directa de este se da mayormente en la matemática financiera.

1.6.1. Propiedades de los logaritmos

- Los números negativos no tienen logaritmos.
- La base de un sistema de logaritmos no puede ser negativa.
- En cualquier sistema de logaritmos; el logaritmo de 1 es cero.
- Todo número mayor que la unidad tendrá logaritmo positivo.
- Todo número menor que la unidad tendrá logaritmo negativo.

Es importante tener presente los siguientes conceptos elementales sobre este tema:

a) El logaritmo de un producto de dos o más números po-

sitivos, es igual a la suma de los logaritmos de dichos números.

$$\log(P)(Q) = \log P + \log Q$$

$$\log(2)(8) = \log 2 + \log 8$$

b) El logaritmo de un cociente de dos números positivos, es igual al logaritmo del numerador menos el menor el logaritmo del denominador.

$$\log \frac{P}{Q} = \log P - \log Q$$

$$\log \frac{8}{4} = \log 8 - \log 4$$

c) El logaritmo de una potencia es igual al exponente multiplicador por el logaritmo de la base.

$$\log P^n = n \log P$$

$$(x+1)^P = P \log(x+1)$$

d) El logaritmo de una raíz es igual al logaritmo de la cantidad subradical dirigida por el índice de la raíz.

$$\log \sqrt[3]{4} = \frac{\log 4}{3} \quad \text{Donde} \quad \sqrt[3]{4} = 4^{\frac{1}{3}}$$

$$\text{Luego } \log 4^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log 4 = \log \frac{4}{3}$$

1.7. Progresiones

Importante en el desarrollo de ejercicios de matemática financiera. Se divide en matemática y geométrica.

1.7.1. Progresión aritmética

Es una serie de números, llamados términos, en la que cualquier término posterior al primero puede obtenerse del anterior, sumándole (o restándole) un número constante llamado diferencia común (d).

2,4,6,8,10.....y -3, -6, -9

Las fórmulas a utilizar son:

$$1) u = a + (n - 1)d$$

$$2) S = \frac{n}{2}(a + u)$$

De donde:

- a = Primer término de la progresión
- u = último término de la progresión
- n = número total de términos de la progresión
- S = Suma de la progresión
- d = Diferencia de la progresión

Ejemplo

1) Calcular el último término y la suma de los 12 primeros términos de la progresión aritmética: 3, 6, 9, 12

Datos

$$a = 3$$

$$n = 12$$

$$u = ?$$

$$S = ?$$

$$d = 6 - 3 = 3$$

$$u = a + (n - 1)d$$

$$u = 3 + (12 - 1)(3)$$

$$u = 36$$

$$S = n/2(a + u)$$

$$S = 12/2(3 + 36)$$

$$S = 234$$

2) Calcular el último término y la suma de los 15 primeros términos de la progresión aritmética: -4, -8, -12, -16 (progresión descendente).

Datos

$$a = -4$$

$$n = 15$$

$$u = ?$$

$$S = ?$$

$$d = -8 - (-4)$$

$$d = -4$$

$$u = a + (n - 1)d$$

$$u = -4 + (15 - 1)(-4)$$

$$u = -52$$

$$S = n/2(a + u)$$

$$S = 15/2(-4 - 52)$$

$$S = -480$$

3) Por la compra de una casa, una persona paga al final del primer año la cantidad de 5 500 USD; al final del segundo año 5000 USD; al final del tercero 4 500 USD. ¿Cuánto pagará por la casa si realiza 10 pagos?

Datos

$$a = 5500$$

$$n = 10$$

$$d = -500$$

$$u = a + (n - 1)d$$

$$u = 5500 + (10 - 1)(-500)$$

$$u = 1000$$

$$S = n/2(a + u)$$

$$S = 10/2(5500 + 1000)$$

$$S = 32500 \text{ Costo Total}$$

1.7.2. Progresión geométrica

Es una sucesión de números tales que cada uno de ellos se deduce del anterior multiplicándolo o dividiéndolo por una cantidad constante llamada razón. 2, 6, 18, 54... y -3, -9, -27, -81.... en relación a la progresión aritmética ésta razón en su nomenclatura diferencia en r = razón (se obtiene dividiendo el segundo para el primero).

Fórmulas:

$$1) u = ar^{n-1}$$

$$2) S = a \left[\frac{r^n - 1}{r - 1} \right]; r < 1$$

$$3) S = a \left[\frac{1 - r^n}{1 - r} \right]; r < 1$$

Ejemplo:

Calcular el noveno término y la suma de los 9 primeros términos de la progresión geométrica 2, 6, 18, 54...

Datos	$u = ar^{n-1}$
a= 2	$u = 2(3)^{9-1}$
n= 9	$u = 13122$
u= ?	$S = a \left[\frac{r^n - 1}{r - 1} \right]$
S= ?	$S = 2 \left[\frac{3^9 - 1}{3 - 1} \right]$
r= 3	$S = 19682$

1.8. Resolución de ecuaciones

Una ecuación es un enunciado que indica que dos cantidades son iguales.

El conjunto de números que satisfacen a una ecuación se llama conjunto solución, los elementos del conjunto solución se llaman soluciones o raíces de la ecuación.

Determinar si el número 1, es una solución de la ecuación.

$$6x + 4 = 10$$

Se sustituye a la variable por el valor asignado.

$$6x + 4 = 10$$

$$6(1) + 4 = 10$$

$$6 + 4 = 10$$

$$10 = 10$$

CAPÍTULO II

2. Interés simple

2.1. Logro de aprendizaje de la unidad

Al término de la unidad, el lector-estudiante, resuelve problemas de interés simple, utilizando los conceptos fundamentales del valor del dinero en el tiempo y del interés simple, aplicados a la realidad de manera lógica y ordenada en sus procedimientos.

2.2. Justificación

Todo profesional debe tener conocimientos básicos sobre las formas en que trabaja, el sistema financiero capitalista en relación al interés simple.

2.3. Objetivo

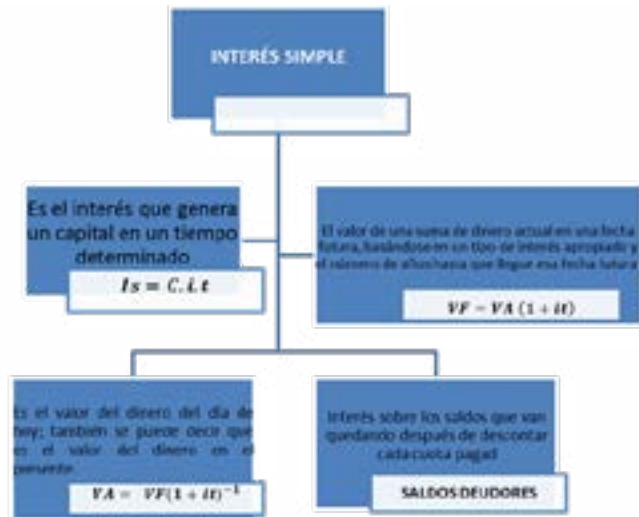
Enseñar al estudiante los factores que entran en juego, en el cálculo del interés simple, y suministrar herramientas para que manejen estos factores y los aplique en la solución de problemas frecuentes en el campo financiero.

2.4. Definición

Interés es el alquiler o rédito que se conviene pagar por un dinero tomado en préstamo. Las leyes de cada país rigen los contratos y relaciones entre prestatarios y prestamistas (Ayres, Frank, 2001).

Por un dinero tomado en préstamo, es necesario pagar un

precio. Este precio se expresa mediante una suma, que se debe pagar por cada unidad de dinero prestado, en una unidad de tiempo estipulada.



2.5. Cálculo del interés

El interés o rédito que se paga por una suma de dinero tomada en préstamo, depende de las condiciones contractuales y varía en razón directa con la cantidad de dinero prestada y con el tiempo de duración del préstamo.

2.6. Elementos

Los elementos pertenecientes a las formulaciones del interés simple, tienen la siguiente nomenclatura.

a) Capital (P) (C) (Co) = es la cantidad de dinero que se invierte.

b) Tiempo (t) = es el plazo de la inversión.

c) Interés(I) = es la utilidad o el rédito de la inversión.

d) Tasa de interés(i)(r) = es el porcentaje dividido para 100 y expresado en forma decimal.

e) Monto o Valor Futuro(VF) (S) (M) = capital más interés.

2.7. Fórmulas del interés simple

Las dos fórmulas básicas son:

$$I_s = C \cdot i \cdot t$$

$$VF = C \cdot (1 + i \cdot t)$$

De donde:

I = Interés o utilidad

C = Capital

i = Tasa de interés

t = Tiempo

VF = Monto simple

Podemos despejar de la fórmula del interés simple cada una de las variables en juego.

2.8. Análisis de la tasa de interés simple

En el interés simple se utilizan las siguientes tasas de interés.

- a) Tasa anual
- b) Tasa semestral
- c) Tasa trimestral
- d) Tasa mensual

2.9. Análisis del tiempo en el interés simple

El tiempo tiene una relación directa con la tasa de interés, entonces el cuadro representativo puede ser muy conveniente.

T i e m p o / Tasa de in- terés	Años	Meses	Días
Anual	1	12	360/365
Semestral	2	6	180
Trimestral	4	3	90
Mensual	12	1	30
Diario	360/365	30	1

a) Si la tasa es anual, el número de días solicitado por el cliente se divide para 360 o para 365 días. Si se divide para 360 días se calcula el interés simple ordinario o comercial. Y si se divide para 365 días se calcula el interés simple exacto.

b) Si la tasa es semestral, el número de días solicitado por el cliente se divide para 180, se calcula el interés simple ordinario.

c) Si la tasa es trimestral, el número de días solicitado por el cliente se divide para 90.

d) Si la tasa es mensual, el número de días solicitado por el cliente se divide para 30.

Si el tiempo está dado en meses, se procede de la siguiente manera:

a) Si la tasa es anual, el número de meses solicitado por el cliente se divide para 12.

b) Si la tasa es semestral, el número de meses solicitado por el cliente se divide para 6.

c) Si la tasa es trimestral, el número de meses solicitado por el cliente se divide para 3.

d) Si la tasa es mensual, el número de meses solicitado por el cliente se divide para 1.

Además, los bancos y las financieras calculan el tiempo exacto transcurrido entre la fecha de inicio de la inversión y la fecha de vencimiento de la misma de la siguiente manera.

Ejemplo:

1) Calcular los días transcurridos entre el 3 de septiembre de un año y el 15 de abril del año siguiente.

$$\text{Diferencia entre los números de días} \Rightarrow \begin{matrix} F_2 - F_1 \\ 15 - 3 = 12 \end{matrix}$$

Número correspondiente a la intersección septiembre y

abril = 212

$$212+12= 224$$

2) Calcular los días que hay entre el 18 de marzo y el 10 de noviembre del mismo año.

Diferencia entre los días $\Rightarrow F_2 - F_1$

$$10-18=-8$$

Número correspondiente a la intersección de marzo y noviembre = 245

$$245-8=237$$

Ejercicios propuestos:

1) Calcular el tiempo exacto transcurrido entre el 5 de febrero y el 13 de octubre de un mismo año.

2) Calcular el tiempo exacto transcurrido entre el 5 de agosto y el 3 de noviembre de un mismo año.

2.10. Problemas resueltos sobre interés simple

1) Calcular a cuánto ascendió el interés simple, producido por un capital de 780000.00 USD con una tasa de interés de 15,25 %, del 25 de junio al 25 de diciembre del año anterior.

Datos:

$$I = ?$$

$$C = 780000.00 \text{ USD}$$

$$i = (0.1525)$$

t = 25 de junio - 25 de diciembre

Tiempo real		Tiempo aprox.	
JUN.	5	JUN.	5
JUL.	31	JUL.	30
AGO.	30	AGO.	30
SEP.	31	SEPT.	30
OCT.	30	OCT.	30
NOV.	31	NOV.	30
DIC.	25	DIC.	25
DÍAS	183	DÍAS	180

Combinaciones alternativas en el interés simple

Combinación 1. Con tiempo aproximado y año comercial.

Datos:

$$I = ?$$

$$C = 780000.00 \text{ USD}$$

$$i = 15,25\% (0.1525)$$

$$t = 25 \text{ de junio} - 25 \text{ de diciembre (180 días)}$$

$$I_s = C \cdot i \cdot t$$

$$I_s = 780000.00(0.1525)(180/360)$$

$$I_s = 59475.00 \text{ USD}$$

Tasa de Interés

$$i = \frac{I}{VA \cdot n}$$

$$i = \frac{59475.00}{780000.00(180/360)}$$

$$i = \frac{59475.00}{390000.00}$$

$$i = 15.25\%$$

Combinación 2. Con tiempo exacto y año comercial.

Datos:

$$I = ?$$

$$C = 780000.00 \text{ USD}$$

$$i = 15^{1/4} (0.1525)$$

$$t = 25 \text{ de Junio} - 25 \text{ de Diciembre (183 días)}$$

$$Is = C.i.t$$

$$Is = 780000.00(0.1525)(183/360)$$

$$Is = 60466.25 \text{ USD}$$

Tasa de Interés

$$i = \frac{I}{VA_n}$$

$$i = \frac{60466.25}{[780000.00(183/360)]}$$

$$i = \frac{60466.25}{396500.00}$$

$$i = 15.25\%$$

Combinación 3. Con tiempo aproximado y año calendario.

Datos:

$$I = ?$$

$$C = 780000.00 \text{ USD}$$

$$i = 15^{1/4}(0.1525)$$

$$t = 25 \text{ de junio} - 25 \text{ de diciembre (180 días)}$$

$$Is = C.i.t$$

$$Is = 780000.00(0.1525)(180/365)$$

$$Is = 58660.27 \text{ USD}$$

Tasa de Interés

$$i = \frac{I}{VA_n}$$

$$i = \frac{58660.27}{[780000.00(180/365)]}$$

$$i = \frac{58660.27}{384657.53}$$

$$i = 15.25\%$$

Combinación 4. Con tiempo exacto y año calendario.

Datos:

$$I = ?$$

$$C = 780000.00 \text{ USD}$$

$$i = 15^{1/4}(0.1525)$$

$$t = 25 \text{ de junio} - 25 \text{ de diciembre (183 días)}$$

$$Is = C.i.t$$

$$Is = 780000.00(0.1525)(183/365)$$

$$Is = 59637.94 \text{ USD}$$

Tasa de Interés

$$i = \frac{I}{VA_n}$$

$$i = \frac{59637.94}{[780000.00(183/365)]}$$

$$i = \frac{59637.94}{391068.49}$$

$$i = 15.25\%$$

2) Calcular el interés simple exacto y ordinario, que produce un capital de 20000 USD al 7.5% de interés anual durante 190 días.

Datos

I = ?
C = 20000 USD
i = 0,075
t = 190 días

Solución

$$I = C \cdot i \cdot t$$

$$I_0 = 20000(0.075) \frac{190}{360}$$

$$I_0 = 791.67 \text{ USD}$$

$$I_1 = 20000(0.075) \frac{190}{365}$$

$$I_1 = 780.82 \text{ USD}$$

3) Calcular el interés simple que gana un capital de 4 000 USD al 6% anual, desde el 16 de mayo hasta el 16 septiembre o del mismo año.

Datos:

C = 4 000 USD
i = 6%
m = 360 T = ?

Tiempo exacto		Tiempo aproximado	
Mayo	15	Mayo	14
Junio	30	Junio	30
Julio	31	Julio	30
Agosto	31	Agosto	30
Septiembre	16	Septiembre	16
Total	123		120

Condición 1.

Interés simple exacto (con tiempo exacto y año calendario de 365 días):

$$I_s \text{ exacto} = C \cdot i \cdot T$$

$$I_s \text{ exacto} = 4000(0.06) \left(\frac{123}{365} \right)$$

$$I_s \text{ exacto} = 4000(0.06)(0.336986301)$$

$$I_s \text{ exacto} = 4000(0.020219178)$$

$$I_s \text{ exacto} = 80.87 \text{ USD}$$

Condición 2

Interés simple ordinario (con tiempo aproximado y año comercial de 360 días):

$$I_s \text{ ordinario} = C \cdot i \cdot T$$

$$I_s \text{ ordinario} = 4000(0.06) \left(\frac{120}{360} \right)$$

$$I_s \text{ ordinario} = 4000(0.06)(0.33333333)$$

$$I_s \text{ ordinario} = 4000(0.02)$$

$$I_s \text{ ordinario} = 80.00 \text{ USD}$$

Condición 3

Con tiempo exacto y año comercial (360 días):

$$I_s = C \cdot i \cdot T$$

$$I_s = 4000(0.06) \left(\frac{123}{360} \right)$$

$$I_s = 4000(0.06)(0.34166666)$$

$$I_s = 4000(0.0205)$$

$$I_s = 82.00 \text{ USD}$$

Condición 4

Con tiempo aproximado y año calendario 365

$$I_s = C \cdot i \cdot T$$

$$I_s = 4000(0.06)\left(\frac{120}{365}\right)$$

$$I_s = 4000(0.06)(0.328767123)$$

$$I_s = 4000(0.019726027)$$

$$I_s = 78.90 \text{ USD}$$

4) Calcular el interés simple que produce un capital de 24000 USD al 12.5% de interés semestral durante 135 días.

Datos

$$I = ?$$

$$C = 2400 \text{ USD}$$

$$i = 0,125$$

$$t = 135 \text{ días}$$

Solución

$$I = C \cdot i \cdot t$$

$$I = 24000(0.125)\left(\frac{135}{180}\right)$$

$$I = 2250.00 \text{ USD}$$

5) Calcular el interés simple que produce un capital de 2500 USD al 3.8% de interés trimestral durante 180 días.

Datos

$$I = ?$$

$$C = 2500 \text{ USD}$$

$$i = 0,038$$

$$t = 180 \text{ días}$$

Solución

$$I = C \cdot i \cdot t$$

$$I = 2500(0.038)\left(\frac{180}{90}\right)$$

$$I = 190.00 \text{ USD}$$

2.11. Cálculo del capital; tasa de interés y el tiempo en el interés simple

Como destacamos en el punto 2.9, la tasa de interés y el tiempo manejan una relación directa y por ende influyen sobre el capital. Destacamos ejercicios acerca de estas variables y el despeje de la fórmula principal del interés simple.

Ejercicios:

1) ¿Qué capital se debe invertir al 1.4% anual, para que produzca un interés de 485 USD en 106 días?

Datos

$$I = 485$$

$$C = ?$$

$$i = 0.014$$

$$t = 106 \text{ días}$$

Solución

$$I = C \cdot i \cdot t \quad \text{Despejando: } C = \frac{I}{i \cdot t}$$

$$C = \frac{485}{0.014\left(\frac{106}{360}\right)}$$

$$C = 117654.99 \text{ USD}$$

2) Determine el valor del capital que genera un interés de 2016 USD durante 180 días a una tasa de interés del 12% mensual.

Datos

$$C = ?$$

$$i = 12\%$$

$$t = 192 \text{ días}$$

$$m = 30$$

$$I_s = C \cdot i \cdot t$$

$$C = \frac{I_s}{i \cdot \frac{t}{m}} \quad i = \frac{k}{C \cdot \frac{t}{m}} \quad t = \frac{I_s \cdot m}{C \cdot i}$$

$$C = \frac{I_s}{i \cdot \frac{t}{m}}$$

$$C = \frac{2016}{0.12\left(\frac{180}{30}\right)}$$

$$C = 2800 \text{ USD}$$

3) A qué tasa de interés mensual, se coloca un capital de 2 800 USD, durante 180 DÍAS, para que produzca 2 016 USD en 180 días (del ejercicio anterior)

Datos

i=?
C= 2 800 USD
Is=2016 USD
T= 180 días
m= 30

$$i = \frac{Is}{C \cdot \frac{T}{m}}$$

$$i = \frac{2016}{2800 \left(\frac{180}{30} \right)}$$

$$i = \frac{2016}{2800(6)}$$

$$i = \frac{2016}{16800}$$

$$i = 0.12\%$$

4) En qué tiempo un capital de 2 800 USD, ganará un interés de 2 016 USD, al 12% mensual (del ejercicio anterior)

Datos

T= ¿?
C= 2 800 USD
i= 12%
m= 30
Is=2016

$$t = \frac{Is}{C \cdot i}$$

$$t = \frac{2016(30)}{2800(0.12)}$$

$$t = \frac{60480}{336}$$

$$t = 180 \text{ días}$$

5) ¿En qué tiempo un capital de 35 400 USD al 9.85% de interés anual produce un interés de 950 USD?

Datos

I = 950
C = 35 400
i = 0.0985
t = ?

$$t = \frac{I}{C \cdot i}$$

$$t = \frac{950}{35400 \left(\frac{0.0985}{360} \right)}$$

$$t = 98 \text{ días}$$

2.12. Cálculo del monto en el interés simple

El planteamiento de los problemas económicos - financieros, se desarrolla en torno a dos conceptos básicos: capitalización y actualización.

El concepto de capitalización se refiere al estudio del valor, en fecha futura o monto que se obtendrá o en que se convertirán los capitales colocados en fechas anteriores.

El concepto de actualización se refiere al estudio del valor en la fecha actual o presente de capitales que se recibirán en fecha futura.

Ejercicios:

1) ¿Calcular el monto que produce un capital de 9700 USD al 2.68% de interés anual durante 270 días?

Datos

VF = ?
C = 9700
i = 0.0268
t = 270

Solución

$$VF = C(1 + it)$$

$$VF = 9700 \left[1 + 0.0268 \left(\frac{270}{360} \right) \right]$$

$$VF = 9894.97$$

2) Calcular el monto de un capital de 2800 USD, a 180 días, con una tasa de interés del 12% mensual

m=C+I
m=2 800+2 016
m=4 816

Fórmula de monto simple

$$VF = C (1 + i \cdot T)$$

Solución

$$VF = C(1+it)$$

$$VF = 2800 \left[1 + 0.12 \left(\frac{180}{30} \right) \right]$$

$$VF = 2800(1 + 0.12(6))$$

$$VF = 2800(1 + 0.72)$$

$$VF = 2800(1.72)$$

$$VF = 4816$$

2.13. Valor actual en el interés simple

Es el valor del dinero traído, desde una fecha futura al día de hoy. No nos olvidemos que aquí ponemos de manifiesto la actualización. Se utiliza para:

- Calcular el capital que se debe invertir cuando se desea obtener un monto determinado.
- Se utiliza para calcular la compra – venta de documentos negociables o interés simple.
- Se utiliza para calcular la reliquidación de los intereses cuando el deudor paga antes de la fecha de vencimiento.

Su fórmula es: $VA = \frac{VF}{1+it}$

Ejercicios

1) Encontrar el valor actual, al 7,5 %de interés simple de 2500 UM con vencimiento en 6 meses.

Datos:

VA= ?
VF= 2500UM
 $i = 7 \frac{2}{4} (0.075)$
 $t = 6/12$

VA= VF(1+it)⁻¹

$$VA = 2500 \left[1 + (0.075) \left(\frac{6}{12} \right) \right]^{-1}$$

$$VA = 2500(1 + 0.0375)^{-1}$$

$$VA = 2500(1.0375)^{-1}$$

$$VA = 2409.64 \text{UM}$$

2) Se desea conocer el valor actual que genera el monto de 4 816 USD, durante 180 días a una tasa del 12% mensual.

Datos

VF= 4 816 USD
n= 180 días
 $i = 0,12$

Solución

$$VA = VF(1+it)^{-1}$$

$$VA = 4816 \left[1 + 0.12 \left(\frac{180}{30} \right) \right]^{-1}$$

$$VA = 4816 \left[1 + 0.12(6) \right]^{-1}$$

$$VA = 4816 \left[1 + 0.72 \right]^{-1}$$

$$VA = 4816 \left[1.72 \right]^{-1}$$

$$VA = 4816(0.581595348)$$

$$VA = 2800 \text{USD}$$

3) El valor de un documento al final de 150 días, es de 289450 USD. Calcular su VA faltando 80 días para su vencimiento, con un rendimiento en la inversión del 3.70% de interés anual.

Tómese en cuenta que el valor actual se calcula con el tiempo que falta para el vencimiento, no con el tiempo que ha transcurrido.

Datos

VF= 289 450
VA= ?

Solución

$$VA = VF(1+it)^{-1}$$

$$VA = \frac{289450}{1 + 0.0370 \left(\frac{150}{360} \right)}$$

$$VA = 285055.40 \text{USD}$$

$$I = 0,0370$$

$$t_1 = 150 \text{ días}$$

$$t_2 = 80 \text{ días}$$

4) El valor de un documento al final de 250 días es de 10 852 USD. Calcular su valor actual después de haber transcurrido 90 días desde la suscripción del documento, con una tasa de interés del 10.5% de anual.

Datos:

$$VF = 10\,852.00 \text{ USD}$$

$$i = 0.1050 \text{ interés anual}$$

$$t = 250 - 90$$

$$t = 160 \text{ días}$$

$$VA = ?$$

Solución

$$VA = VF(1+it)^{-1}$$

$$VA = \frac{10852}{1+0.1050\left(\frac{160}{360}\right)}$$

$$VA = 10368.15 \text{ USD}$$

5) El valor de un pagaré al final de 90 días es de 850 UM. Calcular su valor actual después de haber transcurrido 25 días desde la suscripción del documento, con una tasa de interés del 7% de mensual.

Datos:

$$VF = 850$$

$$VA = ?$$

$$i = 0.07$$

$$t_1 = 90 \text{ días}$$

$$t = 65 \text{ días}$$

Solución

$$VA = VF(1+it)^{-1}$$

$$VA = \frac{850}{1+0.07\left(\frac{65}{30}\right)}$$

$$VA = 738.06 \text{ USD}$$

6) El valor de un documento al final de 180 días es de 21 450.00€. ¿Calcular su valor actual faltando 80 días para su vencimiento con un rendimiento en la inversión del 18% de interés mensual?

Datos

$$VF = 21\,450$$

$$VA = ?$$

$$i = 0.18$$

$$t_1 = 180$$

$$T = 80 \text{ días}$$

Solución

$$VA = VF(1+it)^{-1}$$

$$VA = \frac{21450}{1+0.18\left(\frac{80}{30}\right)}$$

$$VA = 14493.24€$$

7) Se firma un documento por 15000€ al 12.14% interés anual con un plazo de 100 días. Calcular su valor actual faltando 60 días para su vencimiento con una tasa de interés del 12% anual.

Datos:

$$C = 15000€$$

$$i_1 = 12.14\%$$

$$t_1 = 100 \text{ días}$$

$$VA = ?$$

$$i_2 = 12\%$$

$$t_2 = 60 \text{ días}$$

$$VF = ?$$

$$VF = VA(1+it)$$

$$VF = 15000[1+(0.1214)(0.27777777)]$$

$$VF = 15000(1+0.033722222)$$

$$VF = 15505.83 \text{ €}$$

$$VA = VF(1+it)^{-1}$$

$$VA = 15505.83 \left[1+(0.12)\left(\frac{60}{360}\right)\right]^{-1}$$

$$VA = 15505.83 [1+(0.12)(0.166666)]^{-1}$$

$$VA = 15505.83 [1.02]^{-1}$$

$$VA = 15505.83 [0.980392156]$$

$$VA = 15201.79 \text{ €}$$

Nota.- Obsérvese que primero tuvimos que calcular el monto de la operación, porque en los datos no existe este valor, para eso se utiliza t_1 , i_1 , conociendo el monto ya se puede hallar su valor actual

8) Se firma un documento por \$21300 al 3.2% de interés semestral con un plazo de 210 días. Calcular su valor actual después de haber transcurrido 100 días desde la suscripción del documento, con una tasa de interés del 4% semestral.

Datos:

C= \$21300

$i_1 = 3.2\%$

$t_1 = 210$ días

VA= ?

$i_2 = 4\%$ semestral

$t_2 = 150$ días

VF= ?

$$VF = C(1 + i_1 t_1)$$

$$VF = 21300 \left[1 + (0.032) \left(\frac{210}{180} \right) \right]$$

$$VF = 21300 (1.0373333)$$

$$VF = \$22095.20$$

$$VA = VF(1 + i_2 t_2)^{-1}$$

$$VA = 22095.20 \left[1 + (0.04) \left(\frac{60}{180} \right) \right]^{-1}$$

$$VA = 22095.20 (0.986842105)$$

$$VA = \$21804.47$$

9) Se suscribió un documento el 10 de marzo con un valor de 3200 usd, con vencimiento en 150 días a una tasa de interés del 4% mensual desde su suscripción, es negociado el 20 de mayo del mismo año a una tasa de interés del 18%



$$VF = VA(1 + it)$$

$$VF = 3200 (1 + 0.04 (150/30))$$

$$VF = 3200 (1 + 0.04 (5))$$

$$M = 3200 (1 + 0.20)$$

$$VF = 3840 \text{ USD}$$

$$VA = VF (1 + it)^{-1}$$

$$VA = 3840 (1 + 0.18 (87/360))^{-1}$$

$$VA = 3840 (1.0435)^{-1}$$

$$VA = 3679.92 \text{ USD}$$

Problemas propuestos

1) Calcular el interés que gana un capital de 340 000 USD al 23% anual durante 280 días.

2) Calcular el interés que gana un capital de 720 000 Ps. al 5.5% anual, del 22 de mayo al 22 de octubre del mismo año.

- a) Con el tiempo aproximado y año comercial.
- b) Con el tiempo exacto y año comercial.
- c) Con el tiempo aproximado y año calendario.
- d) Con el tiempo exacto y año calendario.

3) Calcular el interés que gana un capital de 55 000 USD a una tasa de interés del 18% anual, del 1 de abril al 1 de octubre del mismo año, por los 4 métodos del cálculo del tiempo.

4) Calcular el Is y el monto con tiempo exacto año comercial de:

- a) 20 000 USD al 18% anual a 240 días de plazo.
b) 15 000 USD al 1.7% mensual a 133 días de plazo.
c) 22 000 USD al 9% anual del 22 de abril al 31 de octubre.
d) 71 000 USD al 14.4% anual del 20 de septiembre al 30 de octubre.
e) 33 000 USD al 1.7% mensual, del 21 de mayo al 22 de septiembre.
f) 3 000 000 Ps. al 0.15% diario, del 23 de agosto al 14 de noviembre.
- 5) ¿En qué tiempo se incrementará a 80 000 Ps? un capital de 550 000 Ps. colocando al $20\frac{1}{4}$ % anual?
- 6) ¿En qué tiempo se convertirá en 43 000 USD un capital de 180 000 USD colocando al 8,3% mensual?
- 7) ¿A qué tasa de interés anual se colocó un capital de 600 000 USD para que se convierta en 340 000 USD en 210 días?
- 8) ¿A qué tasa de interés mensual un capital de 350 000 USD será $\frac{1}{4}$ parte más en 299 días?
- 9) ¿A qué tasa de interés semestral debe colocarse un capital de 123 000 USD para que produzca 40 000 USD en 270 días?
- 10) Calcular el valor actual de un pagaré de 122 000 USD con vencimiento en 170 días.
- a) El día de hoy con el 12% de interés anual.
b) Dentro de 30 días con el 12% de interés mensual.
c) Dentro de 90 días con el 12% de interés semestral.
e) Dentro de 180 días con el 12% de interés trimestral.

- 11) Un señor, otorga a una señorita un préstamo por 350 000 USD con vencimiento en 10 meses a un interés del 18% anual desde la suscripción. Si Julio paga su deuda 90 días antes de la fecha de vencimiento. Calcular el valor del pago.
- 12) Se necesita conocer anual fue la suma de dinero que colocada al 7% de interés semestral, produjo 95 000 USD en 11 meses.
- 13) Una empresa pagó 85 600 USD en intereses por un pagaré de 650 000 USD al 18% anual. ¿Calcular el tiempo transcurrido y el monto?
- 14) Una compañía invierte 1 500 000 USD durante un año y 3 meses por lo que obtiene un interés de 210 000 USD. Calcular la tasa de interés anual que se le reconoció.
- 15) El 15 de junio una persona recibe una letra de cambio por 220 000 USD a 240 días de plazo y al 1.7% de interés mensual desde la suscripción. ¿Cuál será el valor actual, al 30 de septiembre del mismo año, si se reconoce un interés del 18% mensual?

2.14. Ecuaciones de valor en el interés simple

Una ecuación de valor, se utiliza para calcular la consolidación de dos o más deudas. Existen diferentes maneras de efectuar consolidaciones, razón por la cual no es posible establecer una sola fórmula para resolver estos ejercicios.

Sin embargo, es necesario analizar dos frases muy utilizadas en el desarrollo de estos ejercicios son:

“El día de hoy”. Es el día en el cual el dueño de la empresa o el gerente financiero solicita la consolidación en la recta de los tiempos se le presenta con el cero.

“Fecha focal”. Es la fecha en la cual las deudas que tiene la empresa, deben quedar canceladas.

Ejercicios

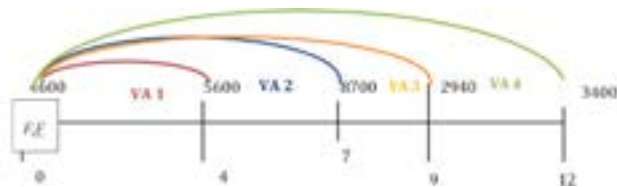
1) Una empresa, adquiere las siguientes deudas: 4600 usd el día de hoy; 5600 usd a los 4 meses, 8700USD a los 7 meses, 2940 USD a los 9 meses y 3400 usd a los 12 meses.

Conviene saldar la deuda al día de hoy, al vencimiento y a los 5 meses de adquirida la deuda al 8,62% anual.

• Al día de hoy:

Datos:

$i = 8,62\%$ anual



$$P = C + VA1 + VA2 + VA3 + VA4$$

$$P = C + M1(1+i)^{-1} + M2(1+i)^{-1} + M3(1+i)^{-1} + M4(1+i)^{-1}$$

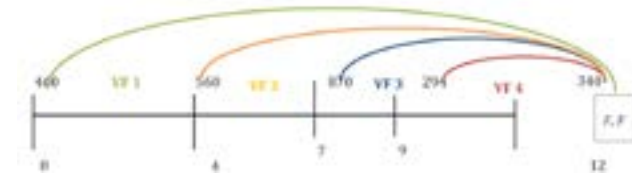
$$P = 4600 + 5600 \left[1 + (0.0862) \left(\frac{4}{12} \right) \right]^{-1} + 8700 \left[1 + (0.0862) \left(\frac{7}{12} \right) \right]^{-1} + 2940 \left[1 + (0.0862) \left(\frac{9}{12} \right) \right]^{-1} + 3400 \left[1 + (0.0862) \left(\frac{12}{12} \right) \right]^{-1}$$

$$P = 4600 + 5443.59 + 8283.48 + 2761.47 + 3130.18$$

$$P = 24218.72 \text{ USD}$$

Datos:

$i = 8,62\%$ anual



$$P = VF1 + VF2 + VF3 + VF4 + C$$

$$P = C1(1+i) + C2(1+i) + C3(1+i) + C4(1+i) + C$$

$$P = 4600 \left[1 + (0.0862) \left(\frac{12}{12} \right) \right] + 5600 \left[1 + (0.0862) \left(\frac{8}{12} \right) \right] + 8700 \left[1 + (0.0862) \left(\frac{5}{12} \right) \right] + 2940 \left[1 + (0.0862) \left(\frac{3}{12} \right) \right] + 3400$$

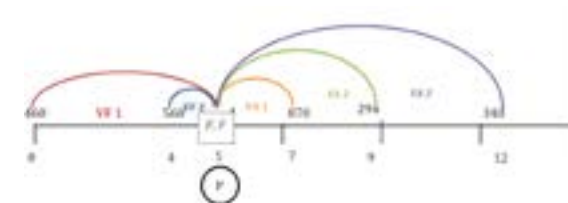
$$P = 4996.52 + 5921.81 + 9012.48 + 3003.38 + 3400$$

$$P = 26334.19 \text{ USD}$$

• A los 5 meses de adquirida la deuda:

Datos:

$i = 8,62\%$ anual



$$P = VF1 + VF2 + VA1 + VA2 + VA3$$

$$P = C1(1+i) + C2(1+i) + M1(1+i)^{-1} + M2(1+i)^{-1} + M3(1+i)^{-1}$$

$$P = 4600 \left[1 + (0.0862) \left(\frac{5}{12} \right) \right] + 5600 \left[1 + (0.0862) \left(\frac{1}{12} \right) \right] + 8700 \left[1 + (0.0862) \left(\frac{2}{12} \right) \right]^{-1} + 2940 \left[1 + (0.0862) \left(\frac{4}{12} \right) \right]^{-1} + 3400 \left[1 + (0.0862) \left(\frac{7}{12} \right) \right]^{-1}$$

$$P = 4765.22 + 5640.23 + 8576.78 + 2857.88 + 3237.22$$

$$P = 25077.33$$

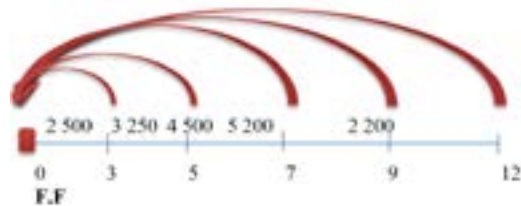
puede utilizar la tasa anual, semestral, trimestral o la tasa mensual.

2.- Cierta empresa consolida 5 deudas detalladas a continuación:

- 2 500 UM a 3 meses de plazo;
- 3 250 UM a 5 meses de plazo;
- 4 500 UM a 7 meses de plazo;
- 5 200 UM a 9 meses de plazo;
- 2 200 UM al final del plazo.

El condicionamiento determina que el efecto redituable es del 8.03% anual.

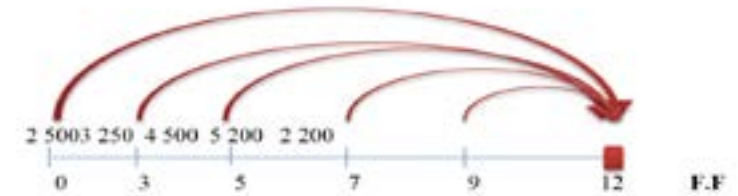
Realice un ejercicio con la fecha focal al día de hoy, un ejercicio con fecha focal al final del plazo y un ejercicio con fecha focal a los 6 meses.



$$P = 2500 \left[1 + (0.0803) \left(\frac{3}{12} \right) \right]^1 + 3250 \left[1 + (0.0803) \left(\frac{5}{12} \right) \right]^1 + 4500 \left[1 + (0.0803) \left(\frac{7}{12} \right) \right]^1 + 5200 \left[1 + (0.0803) \left(\frac{9}{12} \right) \right]^1 + 2200 \left[1 + (0.0803) (1) \right]^1$$

$$P = 2450.80 + 3144.78 + 4298.64 + 4904.62 + 2036.47$$

$$P = 16835.31$$

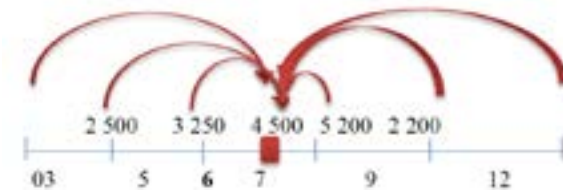


$$P = 2500 \left[1 + (0.0803) \left(\frac{9}{12} \right) \right]^1 + 3250 \left[1 + (0.0803) \left(\frac{7}{12} \right) \right]^1 + 4500 \left[1 + (0.0803) \left(\frac{5}{12} \right) \right]^1 + 5200 \left[1 + (0.0803) \left(\frac{3}{12} \right) \right]^1 + 2200$$

$$P = 2650.56 + 3402.23 + 4650.56 + 5304.39 + 2200$$

$$P = 18207.75$$

El valor que se pagará al final del plazo

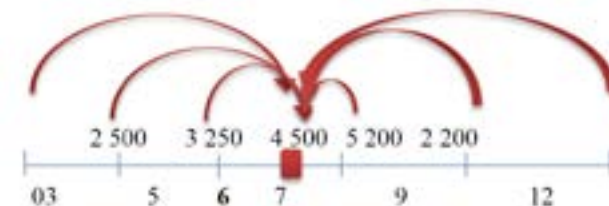


$$P = 2500 \left[1 + (0.0803) \left(\frac{3}{12} \right) \right]^1 + 3250 \left[1 + (0.0803) \left(\frac{1}{12} \right) \right]^1 + 4500 \left[1 + (0.0803) \left(\frac{1}{12} \right) \right]^1 + 5200 \left[1 + (0.0803) \left(\frac{3}{12} \right) \right]^1 + 2200 \left[1 + (0.0803) \left(\frac{6}{12} \right) \right]^1$$

$$P = 2550.19 + 3271.75 + 4470.09 + 5097.66 + 2115.08$$

$$P = 17504.77$$

Es el valor a pagar en el 1er Semestre



$$P = \left[1 + (0.0803) \left(\frac{8}{12} \right) \right] + P = 2500 \left[1 + (0.0803) \left(\frac{5}{12} \right) \right] + 3250 \left[1 + (0.0803) \left(\frac{3}{12} \right) \right] \\ + 4300 \left[1 + (0.0803) \left(\frac{1}{12} \right) \right] + 5200 \left[1 + (0.0803) \left(\frac{1}{12} \right) \right]^1 + 2200 \left[1 + (0.0803) \left(\frac{4}{12} \right) \right]^1 \\ 1.06P + P = 2586.46 + 3315.24 + 4530.11 + 5165.43 + 2142.65 \\ 1.06P + P = 17739.89 \\ 2.06P = 17739.89 \\ P = 8653.60$$

2.15. Problemas propuestos

1) Una compañía tiene las siguientes deudas: 3 000 USD a 90 días; 5 500 USD a 100 días de plazo; 4 600 USD a 210 días de plazo y 6 000 USD a 270 días de plazo; la compañía desea reemplazar sus obligaciones por una sola con vencimiento el día de hoy, si se considera que la operación se realizará con una tasa de descuento del 8,3% anual. Calcular el valor de la obligación el día de hoy.

2) Una persona firma los siguientes pagarés con el 4,8% de rendimiento; 40000 USD a 120 días; 45 000 USD a 80 días y 6 000 USD a 140 días. Transcurridos 30 días, propone efectuar un pago de 10000 USD al contado y un pago único a 180 días con el 9% de rendimiento, determinar el valor de este pago único.

3) Una persona debe 4 000 USD con vencimiento a 6 meses. Propone pagar su deuda mediante dos pagos iguales con vencimiento a 9 meses y un año, respectivamente. Determinar el valor de los nuevos pagarés al 6,8% de rendimiento. (Tómese en cuenta la fecha focal dentro de un año).

4) Una persona debe los siguientes pagarés con el 5,4% 8 000 USD exigible dentro de 3 meses, firmado a 6 meses plazo, 12 000 USD exigible dentro de 8 meses y firmado

a un año plazo, y otro de 15000 USD sin intereses, exigible dentro de 10 meses. Su acreedor acepta recibir tres pagos iguales con el 8,6% de rendimiento, a cambio de las anteriores obligaciones, así el primer pago de contado, el segundo a 6 meses y el tercero a un año plazo.

CAPÍTULO III

3. Interés sobre saldos deudores

3.1. Logro de aprendizaje de la unidad

Al término de la unidad, el lector-estudiante, resuelve problemas de interés simple, utilizando los conceptos fundamentales del valor del dinero en el tiempo y del interés simple, aplicados a la realidad de manera lógica y ordenada en sus procedimientos.

3.2. Justificación

En el sistema capitalista, es muy común la compra de bienes o servicios mediante el método de las ventas a créditos. Casi todos los seres humanos utilizamos este método, cuando deseamos adquirir un bien o servicio y el dinero no nos alcanza para conseguirlo mediante el pago de contado.

3.3. Objetivo

Interpretar por parte del alumno el mecanismo de calcular los intereses sobre saldos deudores, y los métodos existentes en el ámbito comercial.

3.4. Definición

En muchas instituciones financieras, y casas comerciales que operan con crédito a clientes, se acostumbra a utilizar el mecanismo de calcular el interés sobre los saldos deudores, es decir sobre los saldos que van quedando después de deducir cada cuota que se paga.

En estos métodos es importante tomar en consideración el valor de la cuota fija que se obtiene, dividiendo el monto o el capital entre los períodos de capitalización mensual.

Cabe recalcar que también existe el método de acumulación de intereses, pero por su arbitrariedad en el cobro de intereses en la actualidad es de poco uso.

Los métodos a revisar son los siguientes:

- 1.- El método de los saldos deudores.
- 2.- El método de las cuotas fijas.

3.5. Fórmulas aplicadas en los diferentes métodos

Para el cálculo de la renta (R) en el método de acumulación de intereses, se utiliza la siguiente formulación:

$$R = \frac{M}{t}$$

Donde t representa los períodos de capitalización.

Para el método de saldos deudores y el de las cuotas fijas, se calcula la renta a través de la siguiente formulación:

$$R = \frac{C}{t}$$

Donde C es el capital o valor actual.

Las fórmulas del Is son de gran ayuda en la consecución de valores de los intereses.

3.6. Problemas resueltos, método de acumulación de intereses o “lagarto”

1) El Banco, otorga un préstamo a una señorita por un valor de 2000 USD a 8 meses al 2% mensualmente sobre saldos deudores.

Datos:

$$M = c(1 + iT)$$

$$M = 2000 \left[1 + (0.02) \frac{240}{30} \right]$$

$$M = 2000 [1 + (0.02)(8)]$$

$$i = 2\%$$

$$M = 2000 [1 + (0.16)]$$

$$t = 8 \text{ meses}$$

$$M = 2000(1.16)$$

$$M = 2320 \text{ USD}$$

2) Un señor realiza un crédito en el Banco, por 16 000 USD a 12 meses plazo, con una tasa de interés del 4.01% mensual sobre saldos deudores.

Datos:

$$C = 16000 \text{ usd}$$

$$i = 4.01\%$$

$$t = 12 \text{ meses}$$

$$M = ?$$

a) Método de acumulación de intereses

$$M = c(1 + iT)$$

$$M = 16000 \left[1 + (0.0401) \left(\frac{12}{1} \right) \right]$$

$$M = 16000(1.4812)$$

$$M = 23699.20 \text{ USD}$$

$$VC = \left(\frac{\text{Monto}}{\# \text{períodos}} \right)$$

$$VC = \left(\frac{23699.20}{12} \right)$$

$$VC = 1974.93$$

$$I = M - C$$

$$I = 23699.20 - 16000$$

$$I = 7699.20$$

3.7. Problemas resueltos, método de saldos deudores

1) Una casa tiene un precio de contado de 49000 USD, se la puede adquirir con 8000 USD de cuota inicial y la diferencia pagarla en 60 meses con una tasa de interés del 6.4% semestral. Calcular la cuota mensual que debe pagar el cliente.

Datos

$$P_c = 49000$$

$$C_i = 8000$$

$$C = P_c - C_i$$

$$C = 49000 - 8000$$

$$C = 41000$$

$$t = 60 \text{ meses}$$

$$i = 0.064$$

$$R = ?$$

El primero consiste en calcular la cantidad de dinero que se debe pagar cada mes por concepto de capital, le simbolizaremos con R y se calcula dividiendo el capital para el tiempo de la siguiente manera:

$$R = \frac{C}{t}$$
$$R = \frac{41000}{60} = 683.33 \text{ USD}$$

En el segundo paso debemos calcular el interés que gana el capital en el primer mes:

$$I = C \cdot i \cdot t$$
$$I = 41000 \cdot (0.064) \left(\frac{1}{6}\right)$$
$$I = 437.33$$

En el tercer paso debemos calcular la cantidad de dinero que paga el cliente en el primer mes:

$$R_1 = R + I$$
$$R_1 = 683.33 + 437.33$$
$$R_1 = 1120.66$$

Recuerde que R es la cantidad de dinero que paga cada mes por concepto de capital.

En el cuarto paso debemos calcular el capital que se debe en el segundo mes.

$$C_2 = C - R$$
$$C_2 = 41000 - 683.33$$
$$C_2 = 40316.67$$

En el quinto paso debemos calcular el interés que gana el capital 2 en el mes 2.

$$I_2 = C_2 \cdot i \cdot t$$
$$I_2 = 40316.67 \cdot (0.064) \left(\frac{1}{6}\right)$$
$$I_2 = 430.04 \text{ USD}$$

En el sexto paso calculamos la cuota o renta que paga el cliente en el mes 2.

$$R_2 = R + I_2$$
$$R_2 = 683.33 + 430.04$$
$$R_2 = 1113.37$$

En el séptimo paso calculamos el capital para el tercer mes.

$$C_3 = C_2 - R_2$$
$$C_3 = 40316.67 - 683.33$$
$$C_3 = 39633.34$$

En el octavo paso calculamos el interés que gana el capital 3 en el mes.

$$I = C \cdot i \cdot t$$

$$I = 39633.34(0.064)\left(\frac{1}{6}\right)$$

$$I = 422.75$$

En el noveno paso calculamos el pago total del mes.

$$R_n = R + I$$

$$R_n = 683.33 + 422.75$$

$$R_n = 1106.08$$

Este proceso se mantiene hasta terminar con el número total de meses, estos cálculos sirven para realizar la tabla de amortización con interés simple.

2) El Banco, otorga un préstamo a una señorita por un valor de 2000 USD a 8 meses al 2% mensualmente sobre saldos deudores.

Datos:

C= 2000 USD

i= 2%

t= 8 meses

Valor de cuota sin intereses

$$VC = \frac{2000}{8}$$

$$VC = 250 \text{ USD}$$

Interés pagadero a la primera cuota

$$IS = C \cdot i \cdot t$$

$$IS = 2000(0.02)(1)$$

$$IS = 40 \text{ USD}$$

Valor de la primera cuota = cuota de capital + interés

Valor de la primera cuota = 250 + 40

V. P. C. = 290

Periodos	Deuda	Interés	Capital	Cuota
1	2000	40	250	290
2	1750	35	250	285
3	1500	30	250	280
4	1250	25	250	275
5	1000	20	250	270
6	750	15	250	265
7	500	10	250	260
8	250	5	250	255
	Total	180	2000	2180

$$I = \frac{IS}{C \cdot T}$$

$$I = \frac{180}{2000(0.02)}$$

$$I = \frac{180}{40}$$

$$I = 4.5\%$$

3) Un señor realiza un crédito en el Banco, por 16 000 Usd a 12 meses plazo, con una tasa de interés del 4.01% mensual sobre saldos deudores.

Datos:

C= 16000 usd

i = 4.01%

t = 12 meses

$$VC = \left(\frac{\text{Capital}}{\# \text{ periodos}} \right)$$

$$VC = \left(\frac{16000}{12} \right)$$

$$VC = 1333.33$$

M = ¿?

Períodos	Deuda	Interés	Capital	Cuota
1	16000	641,60	1333,33	1974,93
2	14666,67	588,13	1333,33	1921,46
3	13333,34	534,67	1333,33	1868,00
4	12000,01	481,20	1333,33	1814,53
5	10666,68	427,73	1333,33	1761,06
6	9333,35	374,27	1333,33	1707,60
7	8000,02	320,80	1333,33	1654,13
8	6666,69	267,33	1333,33	1600,66
9	5333,36	213,87	1333,33	1547,20
10	4000,03	160,40	1333,33	1493,73
11	2666,70	106,94	1333,35	1440,29
12	1333,35	53,47	1333,35	1386,82
Totales		4170,41	16000	20170,41

Is=C .t .i Is=(16000)(0.0401)(1) Is=641.60 Usd	Is=C .t .i Is=(14666.67)(0.0401)(1) Is=588.13 Usd
Is=C .t .i Is=(13333,34)(0.0401)(1) Is=534,67Usd	Is=C .t .i Is=(12000.01)(0.0401)(1) Is=481.20Usd
Is=C .t .i Is=(10666.68)(0.0401)(1) Is=427.73Usd	Is=C .t .i Is=(9333.35)(0.0401)(1) Is=374.27Usd
Is=C .t .i Is=(8000.02)(0.0401)(1) Is=320.80Usd	Is=C .t .i Is=(6666.69)(0.0401)(1) Is=267.33Usd

Is=C .t .i Is=(5333.36)(0.0401)(1) Is=213.87Usd	Is=C .t .i Is=(4000.03)(0.0401)(1) Is=160.40Usd
Is=C .t .i Is=(2666.70)(0.0401)(1) Is=106.94Usd	Is=C .t .i Is=(1333.35)(0.0401)(1) Is=53.47Usd

$$i = \frac{4170.41}{(16000)(1)}$$

$$i = 0.26$$

$$i = 26\%$$

$$i = 2.17\%$$

3.8. Problemas resueltos del método de las cuotas fijas

En este método aplicaremos la progresión aritmética a que fue medio de repaso en el capítulo 1.

1)El Banco, otorga un préstamo a una señora por un valor de 2000 USD a 8 meses al 2% mensualmente sobre cuotas fijas. (Ejercicio anterior 1)

Datos:
C= 2000 USD
i= 2%
t= 8 meses

Métodos de cuotas fijas

$$u = a + (n - 1) \cdot d$$

$$s = \frac{n}{2}(a + u)$$

$$u = 290 + (8 - 1)(-5)$$

$$u = 290 + (7)(-5)$$

$$u = 255 \text{ USD}$$

$$s = \frac{n}{2}(a+u)$$

$$s = \frac{8}{2}(290+255)$$

$$s = 4(545)$$

$$s = 2180$$

2.-Ciertos electrodomésticos tiene un precio de contado de 2460 USD, se lo puede adquirir con 350 USD de cuota inicial y la diferencia a pagar en 12 meses con una tasa de interés del 11.4% anual. Calcular la cuota mensual que debe pagar el cliente utilizando el método de las cuotas fijas.

Datos:

$$P_c = 2460$$

$$C_i = 350$$

$$C = 2460 - 350$$

$$C = 2110$$

$$t = 12$$

$$i = 0.114$$

$$R = ?$$

$$R = \frac{C}{t}; R = \frac{2110}{12}$$

$$R = 175.83$$

$$I = C \cdot i \cdot t$$

$$I = 2110(0.114)\left(\frac{1}{12}\right)$$

$$I = 20.04 \text{ USD}$$

$$R_c = R + I$$

$$R_c = 175.83 + 20.04$$

$$R_c = 195.87$$

$$I = C \cdot i \cdot t$$

$$I = 1934.17(0.114)\left(\frac{1}{12}\right)$$

$$I = 18.37$$

$$C_c = C - R$$

$$C_c = 2110 - 175.83$$

$$C_c = 1934.17$$

$$R_c = R + I$$

$$R_c = 175.83 + 18.37$$

$$R_c = 194.2 \text{ USD}$$

195.87; 194.2;...

Datos:

$$u = a + (n-1)d$$

$$u = 195.87 + (12-1)(-1.67)$$

$$u = 177.5$$

$$a = 195.87$$

$$n = 12 \text{ meses}$$

$$u = ?$$

$$d = 194.2 - 195.87$$

$$d = -1.67$$

$$R = \frac{a+u}{2}$$

$$R = \frac{195.87+177.5}{2}$$

$$R = 186.68$$

Ejercicios propuestos

1) Una empresa comercial vende automóviles cuyo precio de lista es 800 000 USD con una cuota inicial del 15% y el saldo a 30 meses plazo. Calcular la cuota fija mensual si se considera el 14% anual. Desarrolle este ejercicio aplicando los 3 métodos aprendidos.

2) Una empresa desea acumular un capital de 7000 000 Ps. en 4 años, mediante depósitos semestrales iguales en una institución financiera que le reconoce una tasa de interés del 22% anual, capitalizable semestralmente. Calcular el valor del depósito semestral, el valor acumulado y el saldo insoluto al final del período.

3) Una empresa comercial ofrece en venta refrigeradores cuyo precio de lista es 123 000 USD, con el 8% de cuota inicial y el saldo a 30 meses plazo, con una tasa de interés

del 2,3% mensual. Calcular la cuota mensual fija que debe pagar el cliente. A su vez aplicar los 3 métodos ejecutados.

CAPÍTULO IV

4. Interés compuesto

4.1. Logro de aprendizaje de la unidad

Al término de la unidad, el lector-estudiante analiza problemas y casos de interés compuesto, conversiones de tasas de interés, utilizando las fórmulas apropiadas, aplicados a la realidad indicando coherencia en sus procedimientos.

4.2. Justificación

El conocimiento y manejo del interés compuesto es necesario en las operaciones financieras a largo plazo, en operaciones de inversiones de capital, en los cálculos del monto, del interés y del tiempo.

Este tipo de interés, se va capitalizando de acuerdo con el tiempo medido en períodos de capitalización o conversión. Igualmente, el concepto y aplicación del valor actual es básico en el interés compuesto para manejar en documentos e inversiones financieras en largo plazo.

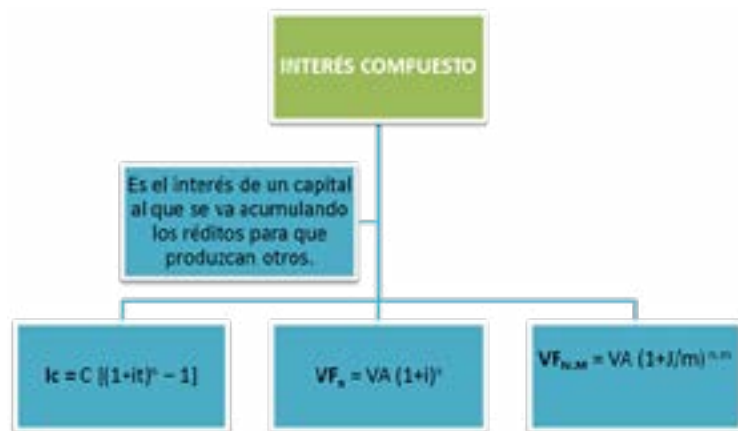
4.3. Objetivo

Aplicar con pertinencia por parte del estudiante los factores que intervienen en los cálculos del interés compuesto junto con los análisis matemáticos que conduzcan al desarrollo de las fórmulas para el cálculo de montos, tasas y tiempos.

4.4. Definición

El interés compuesto consiste en la capitalización de los intereses, los tipos de capitalización pueden ser mensual, trimestral, semestral o anual (Aching, C., 2008).

Un ejemplo práctico del interés compuesto, es la manera como manejan las libretas de ahorro: el banco les acredita los intereses que gana el capital en cada período de tiempo, directamente a la libreta formando un nuevo capital para el siguiente período. En ciertos términos diríamos que en el interés compuesto se pagan interés sobre los intereses.



4.5. Fórmula para el interés compuesto

Los elementos que intervienen son: capital (C); tiempo (t); tasa de interés (i); interés (I) y monto (M) o (VF) como lo llamaremos para diferenciarlo del monto simple.

La definición de los elementos es la siguiente:

- 1) Capital o VA = Es la cantidad de dinero que se invierte.
- 2) Tiempo (n) = Es el plazo de la inversión.
- 3) Tasa de interés = Es el porcentaje dividido para 100 y expresado en forma decimal.
- 4) Interés = Es la utilidad producida por la inversión.
- 5) Monto o VF = Capital más los intereses. La fórmula del monto compuesto sería:

$VF_n = VA(1+i)^n$ Para capitalización de orden anual.

$VF_n = VA \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{nm}$ Para el resto de las capitalizaciones.

4.5.1. Factores financieros a partir del interés compuesto

Factor simple de actualización

Denominado también como Factor de decrecimiento.

$$FSA = (1+i)^{-n}$$

Factor simple de capitalización

Denominado también como Factor de crecimiento.

$$FSC = (1+i)^n$$

Factor de actualización de la serie

$$FAS = \left| \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right|$$

Factor de recuperación de capital

$$FRC = \left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right]$$

Factor de capitalización de la serie

$$FCS = \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

Factor de depósito del fondo de amortización

$$FDFA = \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right]$$

4.6. Diferencia entre interés simple y compuesto

Cabe recalcar que difiere el interés simple del compuesto, en su aspecto de formular aspectos lineales (Is); mientras que el interés compuesto maneja aspectos exponenciales.

En el interés simple, los intereses se capitalizan una sola vez dentro de un período anual; mientras que en el interés compuesto el capital no varía, pero los intereses se pueden capitalizar continuamente.

Es importante realizar un análisis de la tasa de interés y el tiempo en este tipo de operaciones, los dos elementos tienen una relación directa.

En el interés compuesto la tasa de interés viene siempre acompañada de una especificación, por ejemplo:

A una $i = 0.12\%$; $m = 12$; con capitalización mensual.

$$i = \frac{0.12}{12} = 0.01 \quad \text{Tasa mensual}$$

A una tasa del 11.4% capitalizable trimestralmente

$$i = \frac{0.114}{4} = 0.0285 \quad \text{Tasa trimestralmente}$$

El 10.6% capitalizable semestralmente

$$i = \frac{0.106}{2} = 0.053 \quad \text{Tasa semestral}$$

El 9.8% efectivo $i = \frac{0.098}{1} = 0.098 \quad \text{Tasa anual o efectiva}$

INTERÉS SIMPLE	INTERÉS COMPUESTO
$I = M - C$	$Ic = C [(1+i)^n - 1]$
$Is = C . i . t$	$VF_n = VA (1+i)^n$
$M = C (1+i)$	$VF_{n,m} = VA (1+i/m)^{n \cdot m}$
Corto Plazo: 1 - 12 meses	Largo Plazo: 1 año

Periodos	IS = C.i.t	Ic = C [(1+i) ⁿ - 1]	VF _n = C (1+i) ⁿ	VF _n = VA (1+i) ⁿ
1	46.70	46.70	1046.70	1046.70
2	93.40	95.58	1093.40	1095.58
3	140.10	146.74	1140.10	1146.74
4	186.80	200.30	1186.80	1200.30
5	233.50	256.35	1233.50	1256.35

Datos

VA= 1 000 USD

$i = 4.67\%$

$t = 1; 2; 3; 4; 5$ años

1. $Is = C.i.t$

$Is = 1\ 000(0.0467) (1)$

$Ic = C [(1+i)^n - 1]$

$Ic = 1\ 000[(1+0.0467)^1 - 1]$

$$I_s = 46.70 \text{ USD}$$

$$I_c = 46.70 \text{ USD}$$

$$VF = C (1+it)$$

$$VF_n = VA (1+i)^n$$

$$VF = 1\,000[1+0.0467(1)]$$

$$VF_n = 1\,000(1+0.0467)^1$$

$$VF = 1046.70 \text{ USD}$$

$$VF_n = 1046.70 \text{ USD}$$

$$2. I_s = C \cdot i \cdot t$$

$$I_c = C [(1+i)^n - 1]$$

$$I_s = 1\,000(0.0467)(2)$$

$$I_c = 1\,000[(1+0.0467)^2 - 1]$$

$$I_s = 93.40 \text{ USD}$$

$$I_c = 95.58 \text{ USD}$$

$$VF = C (1+it)$$

$$VF_n = VA (1+i)^n$$

$$VF = 1\,000[1+0.0467(2)]$$

$$VF_n = 1000(1+0.0467)^2$$

$$VF = 1\,093.40 \text{ USD}$$

$$VF_n = 1\,095.58 \text{ USD}$$

4.7. Análisis del tiempo

En el interés compuesto el tiempo viene dado en años y en muchas ocasiones en años y meses, el tiempo y la tasa de interés tienen una relación directa.

Ejemplo:

Si el tiempo es 4 años y 7 meses más la tasa de interés es mensual, entonces el tiempo hay que transformarlo en meses, que se les conoce como *período de capitalización* y se les simboliza con la letra “n”, de la siguiente manera:

$$n = 4(12) + 7 = 55 \text{ meses o períodos de capitalización mensual (p.c.m)}$$

Si el tiempo es 5 años 9 meses y la tasa es trimestral, entonces:

$$n = 5(4) + 3 = 23 \text{ trimestres o períodos de capitalización trimestral (pct.)}$$

Si el tiempo es 2 años 6 meses y la tasa es semestral, entonces:

$$n = 2(2) + 1 = 5 \text{ semestres o períodos de capitalización semestral (pcs)}$$

Si el tiempo es 7 años y la tasa efectiva
 $n = 7(1) \text{ pce}$

La fórmula del interés compuesta es poco conocida porque priorizan el cálculo del monto, incluyendo capital más el interés exponencial. Por ello queremos demostrar prácticamente la aplicación de la misma con tasas de orden efectiva y nominal.

$$I_c = C[(1+i)^n - 1]$$

$$I_c = C\left[\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{nm} - 1\right]$$

Ejercicios

1) Calcular el interés compuesto de un capital de 20 830 euros, durante 5 años con una tasa de interés del 7.3% anual capitalizable cuatrimestralmente.

Datos:

$$C = 20830 \text{ euros}$$

$$i = 0.073 \text{ cap. cuatrimestralmente}$$

$$n = 5$$

$$m = 3$$

$$\frac{j}{m} = \frac{0.073}{3}$$

$$\frac{j}{m} = 0.02433333333$$

$$nm = 5(3) = 15 \text{ pcc.}$$

Efectiva	Nominal
$Ic = C[(1+i)^n - 1]$	$Ic = C\left[\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{nm} - 1\right]$
$Ic = 20830[(1+0.024333333333)^{15} - 1]$	$Ic = 20830\left[\left(1 + \frac{0.073}{3}\right)^{15} - 1\right]$
$Ic = 20830(0.4342325778)$	$Ic = 20830(0.4342325778)$
$Ic = 9045.06$ euros	$Ic = 9045.06$ euros

Análisis:

Valor del interés compuesto en períodos de capitalización cuatrimestral.

2) Calcular el monto a interés compuesto de un capital de 9 328 ¥ durante 6 años de plazo, con un rendimiento del 8% anual capitalizable mensualmente.

Datos:	Efectiva
$C = 9328¥$	$VE = VA(1+i)^n$
$i = 0.01$ cap. mensualmente	$VE = 9328(1+0.00666666667)^{72}$
$n = 6$	$VE = 9328(1.6)$
$m = 12$	$VE = 15018.08¥$
$\frac{j}{m} = \frac{0.08}{12} = 0.00666666667$	Nominal
$nm = 6(12) = 72$ p.c.m	$VE_{nm} = VA\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{nm}$
	$VE_{nm} = 9328\left(1 + \frac{0.08}{12}\right)^{72}$
	$VE_{nm} = 20830(0.4342325778)$
	$VE_{nm} = 15018.08¥$

Análisis:

Cuantía generada por el rendimiento de 72 períodos de capitalización mensual.

3) Calcular un monto compuesto que produce un capital de 20 000 USD durante 3 años 7 meses al 15% capitalizable mensualmente.

Datos:	
$VF = ?$	
$VA = 20000$ USD	$VF = 20\ 000(1+0.0125)^{43}$
$i = 15\%$	$VF = 34\ 120.58$ USD
$m = 12$	
$n = 3$ años 7 meses $nm = 43$ p.m.c	
$\frac{j}{m} = \frac{0.15}{12}$	
$\frac{j}{m} = 0.0125$	

4.8. Valor futuro con períodos fraccionarios

No siempre el tiempo está dado de tal manera que se puede calcular períodos de capitalización exactos. Por ejemplo, cuando se maneja una libreta de ahorros, se puede depositar cantidades de dinero en cualquier tiempo o retirar dinero de la cuenta en cualquier tiempo.

Esto significa que vamos a encontrar con mucha frecuencia períodos fraccionarios de tiempo.

Únicamente se pueden encontrar períodos fraccionados de tiempo cuando se utiliza tasas trimestrales, semestrales, anuales o efectivas.

4.9. Problemas resueltos

1. Calcular el monto compuesto que produce un capital de 13000USD al 10.8% capitalizable trimestralmente durante 3 años 5 meses.

Datos:

$$VA = 13000 \text{ USD}$$

$$i = \frac{0.108}{4} = 0.027$$

$$t = 3 \text{ años } 5 \text{ meses}$$

$$t' = \frac{2}{3}$$

$$VF = ?$$

$$n = 3(4) + 1 = 13 \text{ trimestres}$$

Solución:

En 5 meses hay un trimestre sobrando 2 meses los cuales se expresan como fracción de trimestre

$(1+i-t')$ Nos sirve para calcular el monto del tiempo fraccionado

$$VF = VA(1+i)^n(1+t')$$

$$VF = 13000(1+0.027)^{13} \left[1 + 0.027 \left(\frac{2}{3} \right) \right]$$

$$VF = 13000(1.413890)(1.018)$$

$$VF = 18711.42 \text{ USD}$$

2. Calcular el monto compuesto que produce un capital de 18 000 pesos al 11.5% capitalizable trimestralmente durante 2 años 5 meses.

Datos:

$$VF = ?$$

$$VA = 18000 \text{ USD}$$

$$i = 11.5\%$$

$$m = 4$$

$$n = 2 \text{ años } 5 \text{ meses} \quad nm = 9 \text{ p.c.t.}$$

$$\frac{j}{m} = \frac{0.115}{4}$$

$$\frac{j}{m} = 0.02875$$

$$VF = VA(1+i)^n \left(1 + i \frac{t'}{m} \right)$$

$$VF = 18000(1 + 0.02875)^9 \left(1 + 0.02875 \frac{2}{3} \right)$$

$$VF = 23230.64(1.01917)$$

$$VF = 23675.97 \text{ pesos}$$

3. Calcular el monto compuesto que produce un capital de 12 000.00 USD al 11.6% efectivo durante 5 años 7 meses.

Datos:

$$VF = ?$$

$$VA = 12\ 000 \text{ USD}$$

$$i = 11.6\%$$

$$m = 1$$

$$n = 5 \text{ años } 7 \text{ meses}$$

$$VF = VA(1+i)^n \left(1 + i \frac{t'}{m} \right)$$

$$VF = 12000(1 + 0.116)^5 \left(1 + 0.116 \frac{2}{3} \right)$$

$$VF = 20773(1.0677)$$

$$VF = 22179.48 \text{ USD}$$

4. Calcular el monto compuesto que produce un capital de 21 500 € al 12.40% capitalizable semestralmente durante 5 años 2 meses.

Datos:

$$C = 21500 \text{ €}$$

$$n = 5 \text{ años y } 2 \text{ meses}$$

$$m = 2$$

$$nm = 5(2) = 10$$

$$t = 2 \text{ meses}$$

$$i = \frac{0.1240}{2}$$

$$i = 0.062$$

Nominal

$$VF = VA \left[1 + i \left(1 + \frac{t'}{m} \right) \right]$$

$$VF = 21500 \left[1 + (0.062)^2 \right] \left[1 + 0.062 \left(\frac{2}{6} \right) \right]$$

$$VF = 21500(1.824925617)(1.020666667)$$

$$VF = 40046.78 \text{ €}$$

Efectiva

$$VF = VA \left[1 + \left(\frac{j}{m} \right) \right]^{nm} \left[1 + i \left(\frac{t'}{m} \right) \right]$$

$$VF = 21500 \left[1 + \left(\frac{0.1240}{2} \right) \right]^{10} \left[1 + 0.062 \left(\frac{2}{6} \right) \right]$$

$$VF = 21500 \left[1 + 0.062 \right]^{10} \left[1 + 0.062 \left(\frac{2}{6} \right) \right]$$

$$VF = 21500(1.824925617)(1.020666667)$$

$$VF = 40046.78$$

Análisis:

Cuantía generada por el rendimiento en 10 períodos de capitalización semestral.

Si se analiza los elementos de capitalización y sus variantes en la fórmula del monto compuesto se dispondrán así:

$$VF = C \left(1 + \frac{j}{m} \right)^{nm}$$

Si la capitalización es anual (tasa efectiva) la fórmula del monto en un año es:

$$VF = C(1+i)^n$$

Si la capitalización es semestral

$$VF = C \left(1 + \frac{j}{2} \right)^2$$

Si la capitalización es trimestral

$$VF = C \left(1 + \frac{j}{4} \right)^4$$

Si la capitalización es mensual

$$VF = C \left(1 + \frac{j}{12} \right)^{12}$$

Si la capitalización es diaria

$$VF = C \left(1 + \frac{j}{365} \right)^{365}$$

Si la capitalización es continua o instantánea, el valor del capital se capitaliza continuamente.

$$VF = C(e)^{i \cdot n}$$
$$e = 2.718281$$

5. Calcular el monto de un capital de 200 000 USD a interés compuesto durante 5 años si la tasa de interés es 12% anual capitalizable.

a) De manera efectiva

$$VF = 200000(1+0.12)^5 = 352468.34$$

b) Capitalización semestral

$$VF = 200000 \left(1 + \frac{0.12}{2} \right)^{10} = 358169.54 \text{ USD}$$

c) Capitalización trimestral

$$VF = 200000 \left(1 + \frac{0.12}{4} \right)^{20} = 361222.25 \text{ USD}$$

d) Capitalizable mensualmente

$$VF = 200000 \left(1 + \frac{0.12}{12} \right)^{60} = 363339.34 \text{ USD}$$

e) Capitalizable continúa

$$VF = 200000(2.718281)^{(0.12)(5)} = 364423.76$$

6. Una empresa obtiene un préstamo de 3000 000 USD a 6 años de plazo, con una tasa de interés de 15% anual capitalizable semestralmente. Calcular el monto que debe pagar a la fecha de vencimiento y el interés compuesto.

Datos:	$VF = 3000000(1+0.075)^{12}$
$n = \frac{6(12)}{6} = 12 \text{ periodos}$	$VF = 7145338.80 \text{ USD}$
$i = \frac{0.15}{2} = 0.075 \text{ Semestral}$	$I = VF - C$
$C = 3000000 \text{ USD}$	$I = 7145338.80 - 3000000$
	$I = 4145338.8$

7. Calcular el monto de una deuda de 4000 000 USD a interés compuesto durante 6 años y 3 meses de plazo, con una tasa de interés de 14% anual capitalizable semestralmente.

Datos: $VF=C(1+i)^n$
 $n=6(12)=\frac{72}{6}=12$ $VF=4000000(1+0.07)^{12.5}$
 $t=\frac{3}{6}=0.5$ $VF=4000000(2.329685)$
 $i=\frac{0.14}{2}=0.07$ $VF=9318740.40$
 $C=4000000\text{USD}$

4.10. Formula de equivalencia. Tasa nominal - Tasa efectiva

El monto de 1 USD, a la tasa i en un año es:

$$1(1+i) = 1+i = M$$

El monto de 1 USD, a la tasa j con m capitalizaciones en el año, es:

$$VF = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m$$

Considerando que los 2 montos son iguales, se puede plantear la identidad:

$$(1+i) = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m$$

Esto sería la ecuación de equivalencia, con tasas de interés vencidas.

Relaciones y fórmulas

Tasa efectiva

Cuando el interés se capitaliza solo una vez en el año.

$$(1+i) = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m$$

$$i = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m - 1$$

1. Calcular la equivalencia de una tasa nominal de 7.5% capitalizable mensualmente a una tasa efectiva.

Datos:
 $j = 0.075$
 $m = 12$
 $i = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m - 1$
 $i = \left(1 + \frac{0.075}{12}\right)^{12} - 1$
 $i = 1.077632599 - 1$
 $i = 0.077632599(100)$
 $i = 7.76\%$

Tasa nominal

Cuando el interés se capitaliza más de una vez en el año.

Fórmula:

$$(1+i) = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m$$

Opción A

$$(1+i)^{\frac{1}{m}} = \left(1 + \frac{j}{m}\right)$$

$$(1+i)^{\frac{1}{m}} - 1 = \frac{j}{m}$$

$$\frac{j}{m} = (1+i)^{\frac{1}{m}} - 1$$

$$\frac{j}{m} = (1+i)^{\frac{1}{m}} - 1$$

Opción B

$$\sqrt[m]{(1+i)} = \left(1 + \frac{j}{m}\right)$$

$$\left(1 + \frac{j}{m}\right) = \sqrt[m]{(1+i)}$$

$$\frac{j}{m} = \sqrt[m]{(1+i)} - 1$$

$$j = m[\sqrt[m]{(1+i)} - 1]$$

$$\begin{aligned} \text{Opción C} \\ \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m &= (1+i) \\ m \log\left(1 + \frac{j}{m}\right) &= \log(1+i) \\ \log\left(1 + \frac{j}{m}\right) &= \frac{\log(1+i)}{m} \\ \left(1 + \frac{j}{m}\right) &= 10^{\frac{\log(1+i)}{m}} \\ \frac{j}{m} &= 10^{\frac{\log(1+i)}{m}} - 1 \\ j &= m\left[10^{\frac{\log(1+i)}{m}} - 1\right] \end{aligned}$$

Demostración:

2. Calcular la tasa nominal de un documento que ha sido establecido con una tasa efectiva del 2% anual capitalizable semestralmente.

Datos:

$i = 0.02$ cap. Semestralmente

$m = 2$

$$\begin{aligned} j &= m\left[(1+i)^{\frac{1}{m}} - 1\right] \\ j &= 2\left[(1+0.02)^{\frac{1}{2}} - 1\right] \\ j &= 2(0.009950493836) \\ j &= 0.0199009876(100) \\ j &= 1.99\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} j &= m\left[\sqrt[2]{(1+i)} - 1\right] \\ j &= 2\left[\sqrt{(1+0.02)} - 1\right] \\ j &= 2(0.009950493836) \\ j &= 0.0199009876(100) \\ j &= 1.99\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} j &= m\left[10^{\frac{\log(1+i)}{m}} - 1\right] \\ j &= 2\left[10^{\frac{\log(1+0.02)}{2}} - 1\right] \\ j &= 2\left[10^{\frac{\log(1.02)}{2}} - 1\right] \\ j &= 2\left[10^{\frac{0.00995}{2}} - 1\right] \\ j &= 2\left[(10^{0.004975}) - 1\right] \\ j &= 2\left[(1.00995) - 1\right] \\ j &= 2(0.009950493836) \\ j &= 0.019900988 \\ j &= 1.99\% \end{aligned}$$

Tasas equivalentes

Dos tasas anuales de interés con diferentes períodos de conversión son equivalentes si se producen el mismo interés compuesto al final de un año [F, Ayres Jr. (1971).]

Ejemplo:

3. Demostrar que una tasa del 4.9% capitalizable mensualmente, equivale a una capitalizable trimestralmente.

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{12} &= \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{12} \\ \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{12} &= \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{12} \\ (1.004083333)^{12} &= (1.01225)^3 \\ (1.050115575 - 1.049907751)(100) & \\ 105 &= 105 \end{aligned}$$

Análisis:

La tasa propuesta es compatible en periodos de capitalización mensual y trimestral.

4.11. Cálculo del tiempo en interés compuesto

Para calcular el tiempo, se debe hallar primero n ; por lo cual se aplica la fórmula del monto:

$$\begin{aligned} VF &= C(1+i)^n \\ \frac{VF}{C} &= (1+i)^n \\ \log \frac{VF}{C} &= \log(1+i)^n \\ \log \frac{VF}{C} &= n \log(1+i) \\ \frac{\log \left(\frac{VF}{C}\right)}{\log(1+i)} &= n \end{aligned}$$

1) En qué tiempo expresado en años, meses y días un capital de 30 000 UM, se convertirá en 40 500 UM a una tasa de interés del 6% en efectivo.

Datos:

VF= 40 500 UM

VA= 30 000 UM

i= 6%

n=?

$$n = \frac{\log \frac{VF}{VA}}{\log(1+i)}$$
$$n = \frac{\log \frac{40500}{30000}}{\log(1+0.06)}$$
$$n = \frac{\log 1.05}{\log 1.06}$$
$$n = \frac{0.130333768}{0.025305865}$$
$$n = 5.150338356$$

4.12. Ejercicios planteados

1) Calcular el valor futuro (monto) compuesto al cabo de 5 años para una deuda de 8 000 USD al 2,3% de interés con capitalización bimestral.

2) Hallar el VF de 23 000 USD en 3 años

a) A la tasa de interés efectiva del 3,6%

b) A la tasa del 4,5% con capitalización mensual y quincenal

c) A la tasa continua del 6,3%

3) ¿Qué banco es aconsejable para depositar capitales en cuentas corrientes?

a) Que ofrece el 15% con capitalización mensual

b) Que ofrece el 15% con capitalización trimestral.

4) Calcular el VF de 8 000 USD depositado al 3,6% de interés compuesto, capitalizable semestralmente durante 8 años 5 meses.

5) Un prestamista desea ganar el 7,6% efectivo anual sobre un préstamo con interés capitalizable trimestralmente. Hallar la tasa nominal que debe cobrar.

6) ¿En qué tiempo expresado en años, meses y días, se duplicará un capital de 2 000 USD a una tasa de interés de 4,65% capitalizable semestralmente?

7) ¿A qué tasa anual, capitalizable trimestralmente, se convertirá un capital de 23 000 USD en $\frac{3}{4}$ veces más en 6 años? ¿A qué tasa de interés efectiva es equivalente?

4.13. Valor Actual en el interés compuesto (VAN)

También se lo conoce como valor actual neto (VAN) y se le considera como el valor del dinero al día de hoy.

Sirve para:

1) Calcular el capital que se debe invertir el día de hoy para obtener un monto determinado después de haber transcurrido un plazo determinado.

2) Calcular la compra-venta de documentos negociables a interés compuesto.

3) Calcular la reliquidación de los intereses cuando el deu-

dor paga antes de la fecha de vencimiento.

4) Demostrar la validez de un proyecto.

Su fórmula en forma lineal:

Se les recuerda que al igual que en el interés simple, para calcular el VAN se utiliza el tiempo que falta para el vencimiento, no el tiempo que ha transcurrido.

Ejemplos:

Busco obtener el factor de actualización de los intereses, así como el valor actual de una deuda de 20 220 USD con vencimiento en 11 meses, pactado al 8.23% de interés mensual.

Datos

$i = 8.23\%$

$n = 11$

$VA = ?$

$VF = 20\,220\text{ USD}$

$$FSA_i^n = (1+i)^{-n}$$

$$FSA_{0.0823}^{11} = (1+0.0823)^{-11}$$

$$FSA = 0.41896308$$

$$VA = VF(FSA)$$

$$VA = 20\,220(1+0.0823)^{-11}$$

$$VA = 8\,471.43\text{ UM}$$

Análisis: Cuantía del factor simple de actualización, permitiendo obtener el valor actual deseado de la deuda.

4.13.1. Valor actual neto con periodos fraccionado

El valor actual igual que el monto a interés compuesto, también puede calcularse con periodos de capitalización no enteros, es decir fraccionarios. (Mora Armando, 2010).

Fórmulas:

$$\begin{array}{ll} \text{Efectiva} & \text{Nominal} \\ VA = VF(1+i)^n \left[1 + i \left(\frac{t}{m} \right) \right]^{-1} & VA = VF \left[1 + \left(\frac{j}{m} \right) \right]^{nm} \left[1 + i \left(\frac{t}{m} \right) \right]^{-1} \end{array}$$

Aplicación:

Calcular el valor actual de un monto de 37 500 ¥ al final de 3 años y 7 meses, con una tasa de interés del 7.2% anual capitalizable trimestralmente.

Datos:

$$VF = 37500\text{¥}$$

$$i = 0.072 \text{ cap. trimestralmente}$$

$$n = 3 \text{ años y } 7 \text{ meses}$$

$$m = 4$$

$$\frac{j}{m} = \frac{0.072}{4} = 0.018$$

$$n.m = 3(4) + 2 = 14$$

$$t = 1 \text{ mes}$$

Efectiva

$$VA = VF(1+i)^n \left[1 + i \left(\frac{t}{m} \right) \right]^{-1}$$

$$VA = 37500(1+0.018)^{14} \left[1 + 0.018 \left(\frac{1}{3} \right) \right]^{-1}$$

$$VA = 37500(0.7789886106)(0.9940357853)$$

$$VA = 29037.85$$

Nominal

$$VA = VF \left[1 + \left(\frac{j}{m} \right) \right]^{nm} \left[1 + i \left(\frac{1}{m} \right) \right]^{-n}$$

$$VA = 37500 \left[1 + \left(\frac{0.072}{4} \right) \right]^{(30)(4)} \left[1 + 0.018 \left(\frac{1}{3} \right) \right]^{-30}$$

$$VA = 37500(0.7789886106)(0.9940357853)$$

$$VA = 29037.85\text{\$}$$

Análisis

Valor actual a las condiciones citadas con periodo fraccionario.

CAPÍTULO V

5. Descuento

5.1. Logro de aprendizaje de la unidad

Al finalizar la unidad, el lector-estudiante estará en capacidad de realizar cálculos rápidos y precisos en las operaciones de descuento simple y descuento compuesto, utilizando fórmulas apropiadas, aplicados a la realidad indicando coherencia en sus procedimientos.

5.2. Justificación

Es un capítulo importante para el buen funcionamiento de una empresa en la parte financiera.

5.3. Objetivo

Al término del estudio de este capítulo el alumno debe ser capaz de utilizar los conocimientos en la solución de los ejercicios de descuento racional y descuento bursátil.

5.4. Definición

Es obtener la utilidad por adelantado, en la actualidad no existen descuentos bancarios, están prohibidos por la Superintendencia de Bancos desde hace muchos años atrás.

Sin embargo se utiliza en la compra-venta de documentos comerciales. La bolsa de valores utiliza el descuento bursátil en la compra y venta de documentos comerciales (Portus, L.1997).



5.5. Descuento racional

Existe el descuento racional (D_r) que lo utilizan los bancos en la compra-venta de documentos comerciales, su fórmula es:

$$D_r = VF - VA$$

Es importante recordar que el valor actual se calcula con que es el tiempo que le falta para llegar a la fecha de vencimiento.

Ejercicios aplicados:

1) Calcular el descuento racional de un documento de 5 820.00 USD suscrito el 31 de Julio a 180 días plazo, si se descontó el 20 de diciembre del mismo año con una tasa de interés de 15% anual.

Datos:
 $VF = 5820,00$
 $i = 15\%$
 $T_1 = 180$ días
 $T_2 = 142$ días
 $t = T_1 - T_2$
 $t = 180 - 142$
 $t = 38$ días

Solución

No conocemos el valor actual, pero tenemos los elementos necesarios en los datos para calcular este valor.

$$Dr = VF - VF (1+i)^{-1}$$

$$Dr = 5\,820 - 5\,820 [1 + (0.15) (38/360)]^{-1}$$

$$Dr = 5\,820 - 5\,729.29$$

$$Dr = 90.71 \text{ USD}$$

2) Calcular el descuento racional realizado por una entidad financiera a un pagaré cuyo valor al final de 180 días es de 24 500 USD, que se firmó el 12 de marzo y se vendió el 20 de julio del mismo año, con una tasa del 12.2% de interés anual.

Datos:
 $VF = 24\,500 \text{ USD}$
 $i = 12.2\%$
 $D_r = ?$
 $T_1 = 180$ días
 $T_2 = 130$ días
 $t = 50$ días

$$Dr = VF - VF (1+i)^{-1}$$

$$Dr = 24\,500 - 24\,500 [1 + (0.122) (50/360)]^{-1}$$

$$Dr = 24\,500 - 24\,091.78$$

$$Dr = 408.22 \text{ USD}$$

3) Calcular el descuento racional de una letra de cambio

de 5 300 USD, suscrita el día de hoy a 163 días de plazo con una tasa de interés del 2% trimestral desde su suscripción, si se descuenta 58 días antes de su vencimiento.

Datos

$C = 5\,300$ USD

$i = 0.02$ trimestral

$t = 163$ días

Solución

$$VF = C(1 + i \cdot t)$$

$$VF = 5300 \left[1 + 0.02 \left(\frac{163}{90} \right) \right]$$

$$VF = 5300(1.06222222)$$

$$VF = 5491.98 \text{ USD}$$

$$VA = VF(1 + i \cdot t)$$

$$VA = 5491.98 \left[1 + 0.02 \left(\frac{58}{90} \right) \right]$$

$$VA = 5491.98(0.9872751207)$$

$$VA = 5422.10 \text{ USD}$$

$$DR = VF - VA$$

$$DR = 5491.98 - 5422.10$$

$$DR = 69.88 \text{ USD}$$

Análisis: Con un valor futuro de 5 491.98 USD se obtuvo el descuento racional bajo las condiciones citadas.

5.6. Descuento bancario; comercial o bursátil

Desde tiempos remotos los prestamistas, han acostumbrado cobrar los intereses por adelantado sobre el valor de los pagarés, calculándolos sobre el valor anotado en dichos documentos. Esto, además de permitir al prestamista disponer de inmediato del dinero correspondiente a los intereses, da un mayor rendimiento que la tasa señalada en la operación.

El descuento bancario es el que se utiliza en todas las operaciones comerciales y por ello, al hablar de descuento, se entiende que es el descuento bancario, salvo que se exprese como en el ítem anterior, como descuento racional o de otra forma convencional.

Para éstas operaciones, se usan ciertas expresiones léxicas que es necesario conocer:

- Valor nominal de un pagaré.- Es aquél que está inscrito en la obligación; para el comercio se trata del capital. Si el pagaré no gana intereses, el valor nominal indica la cantidad que debe pagarse en la fecha de vencimiento señalada.

- Descotar un pagaré.- Es la acción de recibir o pagar hoy un dinero, a cambio de una suma mayor comprometida para fecha futura, bajo las condiciones convenidas en el pagaré.

- Descuento.- Es la diferencia establecida entre el valor nominal y el valor que se recibe, al momento de descontar el pagaré.

- Valor efectivo o líquido de un pagaré.- En el valor nominal menos el descuento. Es el valor en dinero que se recibe en el momento de descontar la obligación o, en otras palabras, el valor actual o presente de un descuento bancario.

- Tipo o tasa de descuento.- Es el tanto por ciento, o sea, un porcentaje del valor nominal que deduce el prestamista, al descontar el pagaré.

- Plazo.- Es el término que se utiliza para expresar el período de duración del préstamo. Los pagarés son obligaciones a corto plazo y el descuento bancario simple nunca se efectúa para períodos mayores de un año.

Fórmulas para el cálculo del descuento bancario

Sean: VF = valor del pagaré; t = tiempo expresado en años;
d = tasa de descuento.

Aplicando a la fórmula del *Is*, luego al reemplazar se obtiene:

$$Db = VF \cdot d \cdot t$$

Ejercicios aplicados:

1. Una empresa solicita un préstamo de 26 750 € en un banco a 235 días de plazo. Calcule el valor efectivo que recibe y el descuento del 12% semestral.

Datos:

$$VF = 26\,750 \text{ €}$$

$$t = 235 \text{ días}$$

$$i = 0.12 \text{ semestral}$$

$$Db = VF \cdot d \cdot t$$

$$Db = 26750(0.12)\left(\frac{235}{180}\right)$$

$$Db = 26750(0.1566666667)$$

$$Db = 4190.83$$

$$Cb = VF(1 - dt)$$

$$Cb = 26750\left[1 - 0.12\left(\frac{235}{180}\right)\right]$$

$$Cb = 26750(0.8433333333)$$

$$Cb = 22559.17\text{€}$$

$$Cb = VF - Db$$

$$Cb = 26750 - 4190.83$$

$$Cb = 22559.17\text{€}$$

Análisis:

Cuánta neta que recibe la empresa por el tiempo y descuento establecido.

Tasa de interés simple equivalente a una tasa de descuento

$$d = \frac{i}{1 + it}$$

Aplicación:

2. ¿Qué tasa de descuento se debe aplicar a un pagaré que será descontado por el banco a 130 días con el 27% mensual?

$$d = \frac{i}{1 + it}$$

$$d = \frac{0.027}{1 + 0.027\left(\frac{130}{30}\right)}$$

$$d = \frac{0.027}{1.117}$$

$$d = 0.02417188899(100)$$

$$d = 2.42\%$$

Análisis:

Se debe aplicar una tasa de descuento del 2.42%.

Tasa de descuento equivalente a una tasa de interés

$$i = \frac{d}{1 - dt}$$

Aplicación:

3. ¿A qué tasa de interés simple equivale una tasa de descuento del 89% anual aplicada a un pagaré por 124 días?

$$i = \frac{d}{1 - dt}$$

$$i = \frac{0.089}{1 - 0.089\left(\frac{124}{360}\right)}$$

$$i = \frac{0.089}{0.9693444444}$$

$$i = 0.09181462844(100)$$

$$i = 9.18\%$$

Análisis:

Se obtiene una tasa de interés simple del 9.18% con las condiciones previstas.

5.7. Ejercicios propuestos

1) Calcular el Dr. de un documento de 24 000 USD; suscrito el 15 de agosto a 110 días plazo si se descontó el 5 de diciembre del mismo año con una tasa de interés del 7,85% anual.

2) Calcular el VA y el Dr de una letra de cambio de 7 000 USD a 90 días plazo, suscrita el 23 de abril al 5,67% anual desde su suscripción, si se descuenta el 12 de septiembre del mismo año al 7,89%.

3) Calcular el Db de un documento de 5 000 USD suscrito el 15 de febrero de 200 días plazo, si se descuenta el 15 de agosto del mismo año a una tasa del 3,45% anual.

4) Calcular el valor efectivo que recibe una persona que realiza un descuento de una letra de cambio de 4 000 USD, suscrita el 15 de enero sin intereses a 200 días de plazo si se descuenta el 21 de septiembre del mismo año al 9,89% anual.

5) ¿Cuánto dinero debe solicitar un cliente de un banco si requiere 6 000 USD pagaderos en 100 días con una tasa de descuento del 4,67% anual?

6) Calcular el Dr y Db de una letra de cambio de 4 000USD a 190 días de plazo, si se descuenta 56 días antes de su vencimiento a una tasa del 2,34% mensual.

7) ¿A qué tasa de interés equivale una tasa de descuento del 7,8% anual durante 110 días? Utilice la fórmula.

8) ¿A qué tasa de descuento equivale una tasa de interés del 6,76 % anual durante 111 días? Utilice la formulación.

CAPÍTULO VI

6. Anualidades

6.1. Logro de aprendizaje de la asignatura

Al término de la unidad, el lector-estudiante, verifica la consistencia matemática de las anualidades en la estructuración de los productos financieros.

6.2. Justificación

Las anualidades es un proceso que se utiliza todos los días para resolver ejercicios de matemática financiera, se identifica con muchos procesos y por esos su importancia.

6.3. Objetivo

Instruir al alumno en la utilización de los conocimientos acerca del interés compuesto, en la solución de ejercicios de anualidades.

6.4. Definición

Se relaciona con las anualidades o rentas, las mismas que son utilizadas con mucha frecuencia en el mercado financiero para pagar o ahorrar, está determinada por el sistema de cuotas constantes y periódicas, o sea por el sistema de anualidad

Las anualidades son muy útiles para la elaboración de tablas de amortización gradual, tablas de valor futuro y para el cálculo de las cuotas periódica. Por otra parte, las anualidades o rentas se emplean en cuotas de pólizas de segu-

ros, cuotas de depósitos, cuotas de pago, cálculo actuarial, préstamo a largo plazo, préstamos hipotecarios y otros; por lo tanto para analizarlas y manejarlas adecuadamente, se requiere de un verdadero dominio del interés simple y compuesto por lo que se le sugiere al estudiantado, que realice gran cantidad de ejercicios y problemas para una mejor conceptualización.

En general, se denomina anualidad a un conjunto de pagos iguales realizados a intervalos iguales de tiempo (Mora, 2010). Algunos ejemplos de anualidad serían:

Los pagos mensuales por rentas.

El cobro quincenal o mensual de sueldos.

Los abonos mensuales a una cuenta de crédito.

Los pagos anuales de primas de pólizas de seguro de vida.

Se conoce como intervalos o período de pago el tiempo que transcurre entre un pago y otro, se denomina plazo de una anualidad al tiempo que pasa entre el inicio del primer período de pago y el final del último.

Renta es el nombre que se da el pago periódico que se realiza.

6.5. Tipos de Anualidades

La variación de los elementos que intervienen en las anualidades se hace que existan diferentes tipos por lo que conviene clasificarlas de acuerdo con diversos criterios.

Criterio	Tipos de anualidades
a.- Tiempo	Ciertas contingentes
b.- Intereses	Simples, generales
c.- Pagos	Vencidas, anticipadas
d.- Iniciación	Inmediatas, diferidas

6.5.1. De acuerdo al tiempo

Este criterio de clasificación se refiere a las fechas de iniciación y de terminación de las anualidades.

6.5.1.1. Anualidad cierta

Sus fechas son fijas y se estipulan de antemano. Por ejemplo, al realizar una compra a crédito se fija la fecha en que se debe hacer el primer pago, como la fecha de efectuar el último.

6.5.1.2. Anualidad contingente

La fecha del primer pago, la fecha del último pago o ambas, no se fijan de antemano, dependen de algún hecho que se sabe que ocurrirá, pero no se sabe cuándo. Ejemplo. Las rentas vitalicias que se otorgan a un cónyuge tras la muerte de otro.

6.5.2. De acuerdo con los intereses

6.5.2.1 Anualidad simple

Cuando el período de pago coincide con el de capitaliza-

ción de los intereses. Es el tipo que analizaremos en este capítulo. Ejemplo: El pago de una renta mensual con intereses al 16.8% anual capitalizable mensualmente.

6.5.2.2. Anualidad general

El período de pago no coincide con el período de capitalización.

Ejemplo: El pago de una renta semestral con intereses al 30% anual capitalizable trimestralmente.

6.5.3. De acuerdo a los pagos

6.5.3.1. Anualidad vencida

Conocida también como anualidad ordinaria y, se trata de casos en los que los pagos se efectúan a su vencimiento, es decir, al final de cada período.

6.5.3.2. Anualidad anticipada

Es aquella en la que los pagos se realizan al principio de cada período.

6.5.4. De acuerdo con el momento que iniciamos

6.5.4.1. Anualidad inmediata

Es el caso más común. La realización de los cobros o pagos tiene lugar en el período que sigue inmediatamente a la formalización del trato.

Ejemplo.

Hoy se compra a crédito un artículo que se va a pagar con mensualidades, la primera de las cuales habrá de realizarse en ese momento a un mes después de adquirida la mercancía. (Anticipada o vencida).

6.6. Valor futuro de una anualidad

Una anualidad es cierta ordinaria cuando la cuota o renta se paga al final de cada período de pago, por ejemplo: cuando se adquiere un vehículo a crédito la renta se paga al finalizar cada mes.

Se puede calcular el monto de esta anualidad con la siguiente fórmula:

$$VF = R \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

Donde:

VF = Valor futuro o monto de una anualidad

R = Pago periódico o renta

i = Tasa de interés por períodos de capitalización.

n = Número de período de pagos

1 = Valor actual de una anualidad o suma de los valores actuales de las rentas

6.7. Valor actual de una anualidad

Para hallar el VA de una anualidad utilizamos la siguiente fórmula:

$$VA = R \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right]$$

Se puede calcular la renta, despejando R de la ecuación anterior.

Conociendo el VA

Ejemplos de aplicación

1. Calcular el valor presente de una anualidad anticipada de 9 000 UM durante 7 años al 5%.

Datos:

R= 9 000 UM
i= 0.05
n= 7 AÑOS

$$VA = R \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right]$$

$$VA = 9000 \left[\frac{1 - (1+0.05)^{-7}}{0.05} \right]$$

$$VA = 52077.36 \text{ UM}$$

2. Que monto acumulara una cuenta de ahorro si se deposita anualmente 12 350.26 EUROS a una tasa de interés del 10% efectiva durante 8 años.

Datos:

R= 12 350.26 UM
i= 0.10
n= 8 AÑOS

$$VF = R \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

$$VA = 12350.26 \left[\frac{(1+0.10)^8 - 1}{0.10} \right]$$

$$VA = 141236.19 \text{ euros}$$

3. Un edificio se puede adquirir bajo las siguientes condiciones 25 000 UM de cuota inicial y 4 500 UM trimestralmente por los próximos 4 años con una tasa de interés del 7% capitalizable trimestralmente ¿Calcular el precio de contado del edificio?

Datos:

R=4500UM
i=7%
 $\frac{j}{m} = \frac{0.07}{4} = 0.0175 \text{ p.c.t}$
m=4
n=4
nm=(4)(4)=16 p.c.t.

Valor Actual Vencido

$$VP_0 = R \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right]$$

$$VP_0 = 4500 \left[\frac{1 - (1+0.0175)^{16}}{0.0175} \right]$$

$$VP_0 = 4500(13.85049677)$$

$$VP_0 = 62327.23 + 25000$$

$$VP_0 = 87327.23$$

Valor Actual Anticipado

$$VP_0 = R \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right] (1+i)$$

$$VP_0 = 4500 \left[\frac{1 - (1+0.0175)^{16}}{0.0175} \right] (1.0175)$$

$$VP_0 = 4500(13.85049677)(1.0175)$$

$$VP_0 = 63417.96 + 25000$$

$$VP_0 = 88417.96 \text{ UM}$$

Cálculo del número de periodo de pago

4. Cuantos depósitos de 600 debe hacer una empresa cada mes para obtener \$3 800, considerando una tasa de interés del 3% anual.

Datos:

VF= \$ 3 800
R= \$ 600
i= 0.03
n=?

$$n = \frac{\log \left[\frac{VF}{R} (i) + 1 \right]}{\log(1+i)}$$

$$n = \frac{\log \left[\frac{3800}{600} (0.03) + 1 \right]}{\log(1+0.03)}$$

$$n = \frac{\log(1.19)}{\log(1.03)}$$

$$n = \frac{0.075546961}{0.012837224}$$

$$n = 5.884992036$$

$$n = 5 \text{ depositos}$$

$$VF = R \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] + P$$

$$3800 = 600 \left[\frac{(1+0.03)^5 - 1}{0.03} \right] + P$$

$$3800 = 600 \left[\frac{0.159274074}{0.03} \right] + P$$

$$3800 = 600(5.30913581) + P$$

$$P = 3800 - 3185.48$$

$$P = 614.52$$

5. Cuantos pagos de 500 USD debe hacer una Empresa cada semestre para cancelar una deuda de 7500 USD considerando una tasa de interés del 8% anual capitalizable semestralmente.

Datos

$$R = 500 \text{ USD}$$

$$VA = 7500 \text{ USD}$$

$$i = 8\%$$

$$n = ?$$

$$m = 2$$

$$\frac{j}{m} = \frac{0.08}{2} = 0.04 \text{ p.a.}$$

$$n = \left\lceil \frac{\log \left(1 - \frac{VA}{R} \cdot i \right)}{\log(1+i)} \right\rceil$$

$$n = \left\lceil \frac{\log \left(1 - \frac{7500}{500} \cdot (0.04) \right)}{\log(1+0.04)} \right\rceil$$

$$n = \left\lceil \frac{-0.397940008}{0.1703339} \right\rceil$$

$$n = 23.36$$

$$n = 23 \text{ p.c.m}$$

$$VA = R \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right] + P(1+i)^{-n}$$

$$7500 = 500 \left[\frac{1 - (1+0.04)^{-23}}{0.04} \right] + P(1+0.04)^{-23}$$

$$7500 = 500 \left[\frac{0.594273666}{0.04} \right] + P(0.390121474)$$

$$7500 = 500(14.85684165) + P(0.390121474)$$

$$7500 = 7428.42 + P(0.390121474)$$

$$P(0.390121474) = 7500 - 7428.42$$

$$P(0.390121474) = 71.58$$

$$P = \frac{71.58}{0.390121474}$$

$$P = 183.48 \text{ USD}$$

6.8. Ejercicios propuestos

1) Calcular el monto de una serie de depósitos de 3 000 USD cada 6 meses, durante 15 años al 4,56% anual capitalizable semestralmente.

2) Calcular el VA de una serie de pagos de 35 000 USD cada mes durante 6 años al 1% mensual.

3) Si una persona deposita 5 000 USD cada trimestre ¿Cuánto habrá acumulado en 8 años a 3,45% de interés trimestral?

4) Una empresa necesita acumular 87 000 USD en 12 años. ¿Qué cantidad de dinero debe depositar al final de cada trimestre en una institución financiera que reconoce 8,99% anual capitalizable trimestralmente?

5) ¿Qué cantidad debe pagarse en cada mes con el propósito de cancelar una deuda de 45 000 USD durante 8 años considerando una tasa de interés de 8,9% capitalizable mensualmente?

6) Una empresa requiere acumular 10 000 USD mediante depósitos semestral de 900 USD a una tasa de interés del 3,56% anual capitalizable semestralmente. ¿Cuántos depósitos debe realizar, con qué depósito adicional realizando en la misma fecha del último depósito anual, completará su monto?

7) Una empresa necesita acumular 3 000 USD en 5 años ¿Qué cantidad de dinero debe depositar al final de cada trimestre en una institución financiera que reconoce 6,5%

anual capitalizable trimestralmente?

8) ¿Qué opción conviene más al comprador de un automóvil: 600 000 USD al contado; o, 200 000 USD iniciales y 23 cuotas de 20 000 USD al final de cada mes, considerando una tasa de interés del 15% anual capitalizable mensualmente?

6.9. Gradientes

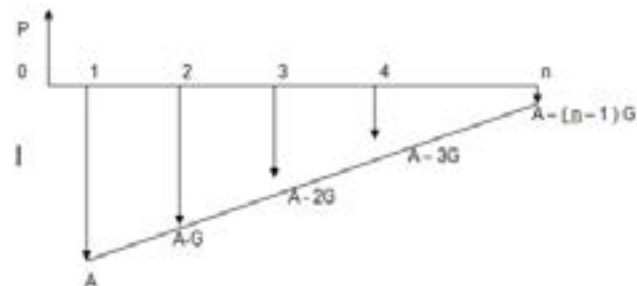
6.9.1. Definición

Gradientes son una serie de pagos periódicos, en los cuales cada pago es igual al anterior más una cantidad; esta cantidad puede ser constante o proporcional al pago inmediatamente anterior. (Aching, C., 2008).

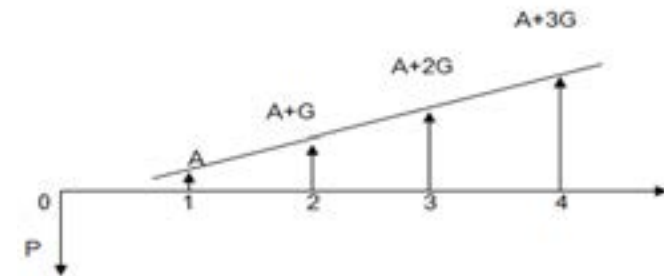
6.9.2. Gradientes aritméticos

“Es una serie de flujos de efectivo que aumenta o disminuye en una cantidad constante, en donde el Gradiente (G) es la cantidad del aumento o la disminución.” (Ramírez C., García M., 2009)

Cuando la variación constante es negativa, se genera el gradiente aritmético decreciente.



Cuando la variación constante es positiva, se genera el gradiente aritmético creciente.



6.10. Valor futuro de un gradiente aritmético

“El valor futuro de gradientes, tiene que ver con negocios de capitalización, para los cálculos partimos de cero hasta alcanzar un valor ahorrado después de un plazo determinado.” (Aching, C., 2010).

“Cuando se llega un valor se está tratando con problemas de capitalización y el valor futuro será igual a la suma del valor futuro de cada serie.” (Gutiérrez J., 2012).

6.10.1. Valor futuro de un G. A. vencido

Se trata de la acumulación de valores al final de los períodos según el plazo establecido.

$$VF = R \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] + G \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right] C$$

Nomenclatura:

Vf = Valor futuro de un gradiente.

R = Renta o pagos periódicos.

G = Gradiente o intervalo de pagos.

i = Tasa de interés.

n = Período de tiempo.

Ejercicios:

1. Qué valor logrará obtener un señor, si realiza depósitos mensuales en su cuenta durante 1 año con una tasa de interés del 3.5% anual, en el primer mes empieza con 100 000 UM, y aumenta cada mes 15 000 UM ¿Cuál será el valor del último depósito?

Datos:

n=1

i=0.035

R=100000UM

G=15000UM

m=12

nm=12

$\frac{j}{m} = \frac{0.035}{12} = 0.002916666667$

$$Vf = R \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] + \frac{G}{i} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right]$$

$$Vf = 100000 \left[\frac{(1+0.0029167)^{12} - 1}{0.0029167} \right] + \frac{15000}{0.0029167} \left[\frac{1+(0.0029167)^{12}}{0.0029167} - 12 \right]$$

$$Vf = 2219126.85 \text{ UM}$$

6.10.2. Valor futuro de un G.A. anticipado

Se trata de la acumulación de valores al principio de los

períodos según el plazo establecido.

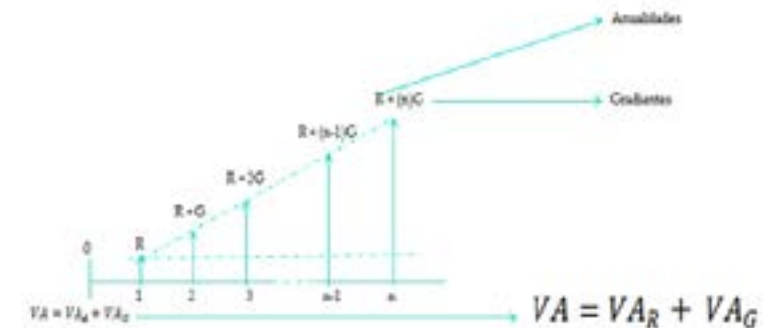
Consiste en multiplicar el Valor Actual de la Anualidad y el Valor Actual del Gradiente por el Factor de crecimiento y se tendría:

$$Vf = R(1+i) \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] + \frac{G(1+i)}{i} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right]$$

6.11. Valor actual de un gradiente aritmético

“Para calcular el valor actual, se debe proceder a la actualización de los términos al momento cero”. Santandreu, P. (2002).

Gráficamente se tendría:



6.11.1. Valor actual de un G.A. vencido

Corresponde a los valores traídos al día de hoy con pagos al final de cada período.

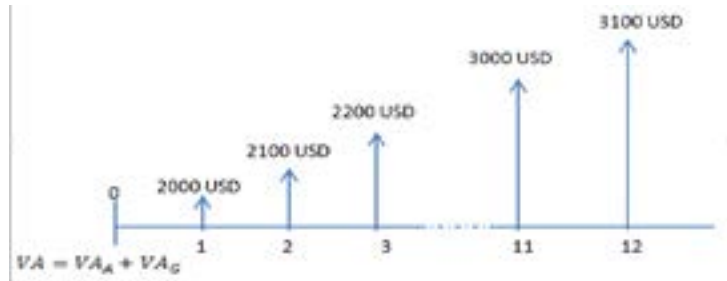
Fórmula:

$$VA = VA_R + VA_G$$

$$Vf = R \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right] + \frac{G}{i} \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} - n(1+i)^{-n} \right]$$

Ejercicio

Una persona contrae la obligación de pagar 2 000 USD cada final de mes durante un año, aumentando sus pagos sucesivos en 100 USD cada mes, hallar a la tasa de interés del 24%, el valor presente de su obligación.



Datos:

$$A = 2000.00 \text{ UM}$$

$$G = 100.00$$

$$n = 12$$

$$i = 0.24$$

$$\frac{i}{m} = \frac{0.24}{12} = 0.02$$

$$VA = R \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right] + \frac{G}{i} \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} - n(1+i)^{-n} \right]$$

$$VA = 2000 \left[\frac{1 - (1+0.02)^{-12}}{0.02} \right] + \frac{100}{0.02} \left[\frac{1 - (1+0.02)^{-12}}{0.02} - 12(1+0.02)^{-12} \right]$$

$$VA = 26717.80$$

6.11.2. Valor actual de un G.A. anticipado

Corresponde a los valores traídos al día de hoy con pagos al comienzo de cada período; su fórmula se obtiene multiplicando cada factor por el factor de decrecimiento.

Fórmula:

$$VA = R(1+i)^n \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right] + \frac{G}{i}(1+i)^n \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} - n(1+i)^{-n} \right]$$

CAPÍTULO VII

7. Amortización

7.1. Logro de aprendizaje de la unidad

Al término de la unidad, el estudiante formula resoluciones de problemas y casos de amortizaciones de deudas aplicados en la realidad empresarial y laboral.

7.2. Justificación

En el ámbito comercial, la necesidad de obtener artículos en diferido hace que se haga importante el estudio de las amortizaciones, principalmente la de orden gradual. La forma como saldar principalmente las rentas, su distribución y los valores de intereses, en cada capitalización mensual.

7.3. Objetivo

Examinar los métodos para calcular el valor de las cuotas de amortización, las tasas de interés, los saldos insolutos y los plazos, además de elaborar cuadros de amortización.

7.4. Definición

Conociendo el valor de la deuda se puede calcular el valor del pago o la renta, esta renta sirve para pagar el interés ganado por el capital en cada período y la diferencia para debitar del capital, este proceso se lo puede calcular mediante una tabla de amortización.

Son aplicaciones de las anualidades o rentas. En el caso de las amortizaciones, se utilizan para programas de endeudamiento a largo plazo y en el caso de fondos de amortización, para constituir fondos de valor futuro.

En la actualidad el sistema de amortización gradual, tiene una aplicabilidad muy significativa en todo el sistema financiero en lo que respecta al crédito a mediano y largo plazo.

Ejercicios

1) Un combo de electrodomésticos tiene un precio de contado de 2560 USD, se lo puede adquirir con 300 USD de cuota inicial y la diferencia a pagar en 24 meses con una tasa de interés del 12.6% capitalizable mensualmente. Calcular las cuotas mensuales que debe pagar el cliente.

Datos:

$$P_c = 2560$$

$$C_i = 300$$

$$C = P_c - C_i$$

$$C = 2560 - 300$$

$$C = 2260$$

$$n = 24$$

$$i = 0.126/12 = 0.0105$$

Solución

$$R = C \left[\frac{i}{1 - (1+i)^{-n}} \right]$$

$$R = 2260 \left[\frac{0.0105}{1 - (1 + 0.0105)^{-24}} \right]$$

$$R = 107.02$$

7.5. Construcción de una tabla de amortización para los períodos

Período	Renta	Intereses	Saldos	Capital Insoluto
0	0	0	0	2260
1	107.02	23.73	83.29	2176.71
2	107.02	22.86	84.16	2092.55
3	107.02	21.97	85.05	2007.50
4	107.02	21.08	85.94	1921.56

Procedimiento:

1) Calcular la renta que debe pagar el cliente en cada mes:

$$R = 107.02$$

2) Calcular el interés que gana el capital en cada mes:

$$I = Ci$$

$$I = 2260(0.0105) = 23.73$$

3) Restar la renta menos el interés: $Saldo = 107.02 - 23.73 =$

$$83.29$$

4) Restar del capital el saldo: $2260 - 83.29 = 2176.72$ USD

5) Calcular el interés que gana el segundo capital en el siguiente período: $I = 2176.71(0.0105) = 22.86$

6) Restar la renta menos el interés: $107.02 - 22.86 = 84.16$

7) Restar el segundo capital insoluto menos el segundo saldo: $2176.71 - 84.16$

8) Calcular el interés que gana el tercer capital insoluto

$$I = 2092.55(0-0105) = 21.97 \text{ USD}$$

Ejemplo:

Una empresa, consigue un préstamo de \$ 12 000 000 a 10 años de plazo, incluidos 2 años de gracia, con una tasa de interés de 9% anual capitalizable semestralmente y una comisión de compromiso de 2% anual capitalizable semestralmente sobre saldos deudores. Calcular el valor de la cuota semestral y elaborar la tabla de amortización gradual correspondiente.

$$R = VA \left| \frac{i}{1 - (1+i)^{-n}} \right|$$

$$R = 12000000 \left| \frac{0.055}{1 - (1+0.055)^{-20}} \right|$$

$$R = 1146993046$$

Incluido el 2% de comisión

Período	Renta	Interés	saldo	Capital insoluto
0				12.000.000,00
1				12.000.000,00
2				12.000.000,00
3				12.000.000,00
4				12.000.000,00
5	1.146.990,46	660.000,00	486.990,46	11.513.009,54

6	1.146.990,46	633.215,52	513.774,93	10.999.234,61
7	1.146.990,46	604.957,90	542.032,55	10.457.202,06
8	1.146.990,46	575.146,11	571.844,34	9.885.357,72
9	1.146.990,46	543.694,67	603.295,78	9.282.061,94
10	1.146.990,46	510.513,41	636.477,05	8.645.584,89
11	1.146.990,46	475.507,17	671.483,29	7.974.101,60
12	1.146.990,46	438.575,59	708.414,87	7.265.686,73
13	1.146.990,46	399.612,77	747.377,69	6.518.309,05
14	1.146.990,46	358.507,00	788.483,46	5.729.825,59
15	1.146.990,46	315.140,41	831.850,05	4.897.975,54
16	1.146.990,46	269.388,65	877.601,80	4.020.373,74
17	1.146.990,46	221.120,56	925.869,90	3.094.503,84
18	1.146.990,46	170.197,71	976.792,75	2.117.711,09
19	1.146.990,46	116.474,11	1.030.516,35	1.087.194,75
20	1.146.990,46	59.795,71	1.087.194,75	0,00
TOTAL	18.351.847,30	6.351.847,30	12.000.000,00	

7.6. Fondos de amortización

Las amortizaciones se utilizan para programas de endeudamiento a largo plazo y fondos de amortización, para constituir fondos de valor futuro. Por lo tanto: “Un fondo de amortización es una cantidad que se va acumulando mediante depósitos o pagos periódicos que ganan cierto interés, de modo que en cierto número de periodos se obtenga un monto determinado”. (Mora, 2010, pág. 230).

7.6.1. Componentes de una Tabla de Fondos de Amortización

Período.-Es el número de pagos

Cuota o Depósitos: es el valor total que se paga, incluidos

los intereses. Su cálculo es a valor futuro por tratarse de acumulación de valores.

Interés: son los valores que se adquieren por tener el capital en el periodo. O, en otras palabras, lo que adiciona el banco por escoger a la entidad para el ahorro de sus fondos. Se calcula multiplicando el fondo acumulado por la tasa de interés. Comúnmente en el primer periodo no se generan.

Total añadido al fondo: es el valor del depósito más el interés.

Fondo acumulado: es el valor obtenido después de haber aplicado la cuota y los intereses correspondientes. Se calcula sumando el Total Añadido al Fondo más el Fondo Acumulado anterior.

Periodo	Depósitos	Interés	Total Añadido Al Fondo	Fondo Acumulado

Fórmula

$$R = VF \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right]$$

Nomenclatura:

VF= Valor futuro

R= El pago periódico o renta

i= Tasa de interés por periodo de capitalización

n= Número de periodos de pagos

Ejercicios

Una señora, pretende acumular mediante depósitos mensuales durante 20 años un fondo de 500 700,00 USD; con el objetivo de prevenir el futuro de su empresa ante los posibles problemas existentes, ya que durante el ejercicio económico anterior no obtuvo los resultados previstos. Calcular la cuota que debe invertir, realizando la correspondiente tabla; si se aplica un rendimiento del 19,25% capitalizable mensualmente.

Datos:

$$VF = 500700,00 \text{ USD}$$

$$i = 19,25$$

$$n = 20$$

$$m = 12$$

$$n(m) = 12 * 20 = 240$$

$$\frac{j}{m} = \frac{0,1925}{12} = 0,01604167$$

Solución

$$R = VF \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right]$$

$$R = 500700 \left[\frac{0,01604167}{(1+0,01604167)^{240} - 1} \right]$$

$$R = 180,18 \text{ LM}$$

Periodos	Depósitos	Intereses	Total Añadido Al Fondo	Fondo Acumulado
1	180,18	-	180,18	180,18
2	180,18	2,89	183,07	363,24
3	180,18	5,83	186,00	549,25
4	180,18	8,81	188,99	738,23
5	180,18	11,84	192,02	930,25
6	180,18	14,92	195,10	1.125,35
7	180,18	18,05	198,23	1.323,58
8	180,18	21,23	201,41	1.524,99
9	180,18	24,46	204,64	1.729,63
10	180,18	27,75	207,92	1.937,55
11	180,18	31,08	211,26	2.148,81
12	180,18	34,47	214,65	2.363,45

13	180,18	37,91	218,09	2.581,54
14	180,18	41,41	221,59	2.803,13
15	180,18	44,97	225,14	3.028,27
16	180,18	48,58	228,75	3.257,03
17	180,18	52,25	232,42	3.489,45
18	180,18	55,98	236,15	3.725,61
19	180,18	59,76	239,94	3.965,55
20	180,18	63,61	243,79	4.209,34
21	180,18	67,52	247,70	4.457,04
22	180,18	71,50	251,67	4.708,71
23	180,18	75,54	255,71	4.964,42
24	180,18	79,64	259,81	5.224,24
25	180,18	83,81	263,98	5.488,22
26	180,18	88,04	268,22	5.756,44
27	180,18	92,34	272,52	6.028,95
28	180,18	96,71	276,89	6.305,84
29	180,18	101,16	281,33	6.587,18
30	180,18	105,67	285,85	6.873,02
31	180,18	110,25	290,43	7.163,45
32	180,18	114,91	295,09	7.458,54
33	180,18	119,65	299,82	7.758,37
34	180,18	124,46	304,63	8.063,00
35	180,18	129,34	309,52	8.372,52
36	180,18	134,31	314,49	8.687,01
37	180,18	139,35	319,53	9.006,54
38	180,18	144,48	324,66	9.331,19
39	180,18	149,69	329,86	9.661,06
40	180,18	154,98	335,16	9.996,21
41	180,18	160,36	340,53	10.336,74
42	180,18	165,82	345,99	10.682,74
43	180,18	171,37	351,55	11.034,28
44	180,18	177,01	357,18	11.391,47
45	180,18	182,74	362,91	11.754,38
46	180,18	188,56	368,74	12.123,12
47	180,18	194,48	374,65	12.497,77

48	180,18	200,49	380,66	12.878,43
49	180,18	206,59	386,77	13.265,20
50	180,18	212,80	392,97	13.658,17
51	180,18	219,10	399,28	14.057,45
52	180,18	225,50	405,68	14.463,13
53	180,18	232,01	412,19	14.875,31
54	180,18	238,62	418,80	15.294,12
55	180,18	245,34	425,52	15.719,64
56	180,18	252,17	432,35	16.151,98
57	180,18	259,10	439,28	16.591,26
58	180,18	266,15	446,33	17.037,59
59	180,18	273,31	453,49	17.491,08
60	180,18	280,59	460,76	17.951,84
61	180,18	287,98	468,15	18.419,99
62	180,18	295,49	475,66	18.895,66
63	180,18	303,12	483,29	19.378,95
64	180,18	310,87	491,05	19.870,00
65	180,18	318,75	498,92	20.368,92
66	180,18	326,75	506,93	20.875,85
67	180,18	334,88	515,06	21.390,91
68	180,18	343,15	523,32	21.914,23
69	180,18	351,54	531,72	22.445,95
70	180,18	360,07	540,25	22.986,19
71	180,18	368,74	548,91	23.535,10
72	180,18	377,54	557,72	24.092,82
73	180,18	386,49	566,67	24.659,49
74	180,18	395,58	575,76	25.235,24
75	180,18	404,82	584,99	25.820,24
76	180,18	414,20	594,38	26.414,61
77	180,18	423,73	603,91	27.018,52
78	180,18	433,42	613,60	27.632,12
79	180,18	443,27	623,44	28.255,56
80	180,18	453,27	633,44	28.889,00
81	180,18	463,43	643,60	29.532,61
82	180,18	473,75	653,93	30.186,54

83	180,18	484,24	664,42	30.850,95
84	180,18	494,90	675,08	31.526,03
85	180,18	505,73	685,91	32.211,94
86	180,18	516,73	696,91	32.908,85
87	180,18	527,91	708,09	33.616,94
88	180,18	539,27	719,45	34.336,38
89	180,18	550,81	730,99	35.067,37
90	180,18	562,54	742,72	35.810,09
91	180,18	574,45	754,63	36.564,72
92	180,18	586,56	766,74	37.331,45
93	180,18	598,86	779,03	38.110,49
94	180,18	611,36	791,53	38.902,02
95	180,18	624,05	804,23	39.706,25
96	180,18	636,95	817,13	40.523,38
97	180,18	650,06	830,24	41.353,62
98	180,18	663,38	843,56	42.197,17
99	180,18	676,91	857,09	43.054,26
100	180,18	690,66	870,84	43.925,10
101	180,18	704,63	884,81	44.809,91
102	180,18	718,83	899,00	45.708,91
103	180,18	733,25	913,42	46.622,33
104	180,18	747,90	928,08	47.550,41
105	180,18	762,79	942,96	48.493,37
106	180,18	777,91	958,09	49.451,46
107	180,18	793,28	973,46	50.424,92
108	180,18	808,90	989,08	51.414,00
109	180,18	824,77	1.004,94	52.418,94
110	180,18	840,89	1.021,06	53.440,01
111	180,18	857,27	1.037,44	54.477,45
112	180,18	873,91	1.054,09	55.531,53
113	180,18	890,82	1.070,99	56.602,53
114	180,18	908,00	1.088,18	57.690,70
115	180,18	925,46	1.105,63	58.796,34
116	180,18	943,19	1.123,37	59.919,70
117	180,18	961,21	1.141,39	61.061,09

118	180,18	979,52	1.159,70	62.220,79
119	180,18	998,13	1.178,30	63.399,09
120	180,18	1.017,03	1.197,20	64.596,29
121	180,18	1.036,23	1.216,41	65.812,70
122	180,18	1.055,75	1.235,92	67.048,62
123	180,18	1.075,57	1.255,75	68.304,37
124	180,18	1.095,72	1.275,89	69.580,26
125	180,18	1.116,18	1.296,36	70.876,62
126	180,18	1.136,98	1.317,16	72.193,78
127	180,18	1.158,11	1.338,28	73.532,06
128	180,18	1.179,58	1.359,75	74.891,81
129	180,18	1.201,39	1.381,57	76.273,38
130	180,18	1.223,55	1.403,73	77.677,11
131	180,18	1.246,07	1.426,25	79.103,35
132	180,18	1.268,95	1.449,13	80.552,48
133	180,18	1.292,20	1.472,37	82.024,85
134	180,18	1.315,82	1.495,99	83.520,84
135	180,18	1.339,81	1.519,99	85.040,83
136	180,18	1.364,20	1.544,37	86.585,21
137	180,18	1.388,97	1.569,15	88.154,35
138	180,18	1.414,14	1.594,32	89.748,67
139	180,18	1.439,72	1.619,89	91.368,57
140	180,18	1.465,70	1.645,88	93.014,45
141	180,18	1.492,11	1.672,28	94.686,73
142	180,18	1.518,93	1.699,11	96.385,84
143	180,18	1.546,19	1.726,37	98.112,20
144	180,18	1.573,88	1.754,06	99.866,26
145	180,18	1.602,02	1.782,20	101.648,46
146	180,18	1.630,61	1.810,79	103.459,25
147	180,18	1.659,66	1.839,83	105.299,08
148	180,18	1.689,17	1.869,35	107.168,43
149	180,18	1.719,16	1.899,34	109.067,77
150	180,18	1.749,63	1.929,80	110.997,57
151	180,18	1.780,59	1.960,76	112.958,34
152	180,18	1.812,04	1.992,22	114.950,55

153	180,18	1.844,00	2.024,17	116.974,73
154	180,18	1.876,47	2.056,65	119.031,37
155	180,18	1.909,46	2.089,64	121.121,01
156	180,18	1.942,98	2.123,16	123.244,17
157	180,18	1.977,04	2.157,22	125.401,39
158	180,18	2.011,65	2.191,82	127.593,21
159	180,18	2.046,81	2.226,98	129.820,19
160	180,18	2.082,53	2.262,71	132.082,90
161	180,18	2.118,83	2.299,01	134.381,91
162	180,18	2.155,71	2.335,89	136.717,79
163	180,18	2.193,18	2.373,36	139.091,15
164	180,18	2.231,25	2.411,43	141.502,58
165	180,18	2.269,94	2.450,11	143.952,69
166	180,18	2.309,24	2.489,42	146.442,11
167	180,18	2.349,18	2.529,35	148.971,46
168	180,18	2.389,75	2.569,93	151.541,39
169	180,18	2.430,98	2.611,15	154.152,54
170	180,18	2.472,86	2.653,04	156.805,58
171	180,18	2.515,42	2.695,60	159.501,18
172	180,18	2.558,66	2.738,84	162.240,02
173	180,18	2.602,60	2.782,78	165.022,80
174	180,18	2.647,24	2.827,42	167.850,22
175	180,18	2.692,60	2.872,77	170.722,99
176	180,18	2.738,68	2.918,86	173.641,85
177	180,18	2.785,50	2.965,68	176.607,53
178	180,18	2.833,08	3.013,26	179.620,78
179	180,18	2.881,42	3.061,59	182.682,37
180	180,18	2.930,53	3.110,71	185.793,08
181	180,18	2.980,43	3.160,61	188.953,69
182	180,18	3.031,13	3.211,31	192.165,00
183	180,18	3.082,65	3.262,82	195.427,82
184	180,18	3.134,99	3.315,16	198.742,98
185	180,18	3.188,17	3.368,34	202.111,33
186	180,18	3.242,20	3.422,38	205.533,71
187	180,18	3.297,10	3.477,28	209.010,99

188	180,18	3.352,88	3.533,06	212.544,05
189	180,18	3.409,56	3.589,74	216.133,78
190	180,18	3.467,15	3.647,32	219.781,10
191	180,18	3.525,66	3.705,83	223.486,94
192	180,18	3.585,10	3.765,28	227.252,22
193	180,18	3.645,50	3.825,68	231.077,90
194	180,18	3.706,87	3.887,05	234.964,95
195	180,18	3.769,23	3.949,41	238.914,35
196	180,18	3.832,58	4.012,76	242.927,11
197	180,18	3.896,96	4.077,13	247.004,24
198	180,18	3.962,36	4.142,54	251.146,78
199	180,18	4.028,81	4.208,99	255.355,77
200	180,18	4.096,33	4.276,51	259.632,28
201	180,18	4.164,93	4.345,11	263.977,39
202	180,18	4.234,64	4.414,81	268.392,20
203	180,18	4.305,46	4.485,63	272.877,84
204	180,18	4.377,42	4.557,59	277.435,43
205	180,18	4.450,53	4.630,70	282.066,13
206	180,18	4.524,81	4.704,99	286.771,12
207	180,18	4.600,29	4.780,46	291.551,58
208	180,18	4.676,97	4.857,15	296.408,73
209	180,18	4.754,89	4.935,07	301.343,79
210	180,18	4.834,06	5.014,23	306.358,03
211	180,18	4.914,49	5.094,67	311.452,70
212	180,18	4.996,22	5.176,40	316.629,09
213	180,18	5.079,26	5.259,43	321.888,53
214	180,18	5.163,63	5.343,80	327.232,33
215	180,18	5.249,35	5.429,53	332.661,86
216	180,18	5.336,45	5.516,63	338.178,49
217	180,18	5.424,95	5.605,12	343.783,61
218	180,18	5.514,86	5.695,04	349.478,65
219	180,18	5.606,22	5.786,40	355.265,04
220	180,18	5.699,04	5.879,22	361.144,26
221	180,18	5.793,36	5.973,53	367.117,80
222	180,18	5.889,18	6.069,36	373.187,15

223	180,18	5.986,54	6.166,72	379.353,87
224	180,18	6.085,47	6.265,64	385.619,52
225	180,18	6.185,98	6.366,16	391.985,67
226	180,18	6.288,10	6.468,28	398.453,95
227	180,18	6.391,87	6.572,04	405.025,99
228	180,18	6.497,29	6.677,47	411.703,46
229	180,18	6.604,41	6.784,59	418.488,05
230	180,18	6.713,25	6.893,42	425.381,47
231	180,18	6.823,83	7.004,00	432.385,47
232	180,18	6.936,18	7.116,36	439.501,83
233	180,18	7.050,34	7.230,52	446.732,35
234	180,18	7.166,33	7.346,51	454.078,86
235	180,18	7.284,18	7.464,36	461.543,22
236	180,18	7.403,92	7.584,10	469.127,32
237	180,18	7.525,58	7.705,76	476.833,08
238	180,18	7.649,20	7.829,37	484.662,45
239	180,18	7.774,79	7.954,97	492.617,42
240	180,18	7.902,40	8.082,58	500.700,00
	43.242,26	457.457,26	500.700,00	

Depósitos más interés 500.700,00

Análisis

Valor de las cuotas mensuales que debe invertir para obtener el fondo requerido, según las condiciones dadas.

7.7. Préstamos hipotecarios

Una hipoteca es un contrato, mediante el cual se toma como garantía de un crédito a un bien que generalmente lo constituye un inmueble. El bien permanece en manos del propietario mientras este cumpla con sus obligaciones; en caso contrario, el acreedor puede realizar la venta del bien para cobrar el dinero que prestó.

7.7.1. Tipos de tasa de interés para la amortización de créditos hipotecarios

Abierta.- Varía en la misma medida que cambian los indicadores económicos del país.

Fija.- El consumidor tiene la ventaja de saber qué valor va a pagar mensualmente.

Móvil.- Es una especie de híbrido entre las dos anteriores, la tasa de interés sufre reajustes después de un periodo de estabilidad.

Ejercicio

TIPO DE CRÉDITO	PLAZOS	TASA EFECTIVA		VARIABLE	PLAN DE PAGOS	PERIODICIDAD
		DE LA ENTIDAD	MAXIMABCE			
COMPRA	Hasta 15 años	Hasta 10,50%	11,50%	Se realiza en periodos iguales y sucesivos de 360 días (anual) en función de la tasa de interés pasiva referencial publicada por el BCE, más un margen negociado con cada cliente, sin exceder de la tasa nominal del segmento.	Depende la negociación	Mensual Bimensual Trimestral
CONSTRUCCIÓN	Hasta 15 años	Hasta 10,50%	11,50%			
RENOVACIÓN/AMPLIACIÓN	Hasta 3 años	Hasta 10,50%	11,50%			
VEHÍCULO	Hasta 5 años	Hasta 10,50%	10,50%			

Tasa Pasiva 4,50 % anual
TP BCE

La empresa “x y z” & Asociados para el mejoramiento de sus ventas, requiere comprar un vehículo, por el precio de 45 990,00 USD, en los actuales momentos no cuenta con el capital necesario para realizar dicha adquisición; por lo que se ve obligada a recurrir al sistema financiero.

El Banco por su parte le brinda la oportunidad de financiar-

le hasta el 60% del valor del vehículo, mediante un préstamo hipotecario fijado a una tasa de interés del 14,50% capitalizable mensualmente durante 2 años y seis meses. Adicional a ello la tasa se reajustará en forma anual (TP BCE).

Calcular el valor de las cuotas respectivas, que deberá cancelar.

VALOR DEL VEHÍCULO 45990,00(60% \hat{a})
FINANCIAMIENTO 27594,00 USD

Datos:

VA = 500700,00 USD

$i = 15\%$ capitalizable mensualmente

$n = 2$

$m = 12$

$n(m) = 24 + 6 = 30$ p.c.m

$\frac{j}{m} = \frac{0,145}{12} = 0,01208333$

$$R = VA \left[\frac{i}{1 - (1+i)^{-n}} \right]$$

$$R = 27594 \left[\frac{0,01208333}{1 - (1 + 0,01208333)^{-30}} \right]$$

$$R = 1102,05 \text{ UM}$$

Nº	Mes	Mes	Año	Cuota	Intereses	Amortiza.	Valor Amortizado	Saldo / Valor Pendiente De Pago
1	7	Jul	2014	1.102,05	333,43	768,62	768,62	26.825,38
2	8	Ago	2014	1.102,05	324,14	777,91	1.546,53	26.047,47
3	9	Sep	2014	1.102,05	314,74	787,31	2.333,84	25.260,16
4	10	Oct	2014	1.102,05	305,23	796,82	3.130,67	24.463,33

5	11	Nov	2014	1.102,05	295,60	806,45	3.937,12	23.656,88
6	12	Dic	2014	1.102,05	285,85	816,20	4.753,31	22.840,69
7	1	Ene	2015	1.102,09	276,07	826,02	5.579,34	22.014,66
8	2	Feb	2015	1.102,09	266,09	836,01	6.415,35	21.178,65
9	3	Mar	2015	1.102,09	255,98	846,11	7.261,46	20.332,54
10	4	Abr	2015	1.102,09	245,76	856,34	8.117,80	19.476,20
11	5	May	2015	1.102,09	235,40	866,69	8.984,49	18.609,51
12	6	Jun	2015	1.102,09	224,93	877,17	9.861,65	17.732,35
13	7	Jul	2015	1.102,09	214,33	887,77	10.749,42	16.844,58
14	8	Ago	2015	1.102,09	203,60	898,50	11.647,92	15.946,08
15	9	Sep	2015	1.102,09	192,74	909,36	12.557,28	15.036,72
16	10	Oct	2015	1.102,09	181,75	920,35	13.477,63	14.116,37
17	11	Nov	2015	1.102,09	170,62	931,47	14.409,10	13.184,90
18	12	Dic	2015	1.102,09	159,36	942,73	15.351,83	12.242,17
19	1	Ene	2016	1.102,12	148,01	954,11	16.305,94	11.288,06
20	2	Feb	2016	1.102,12	136,48	965,64	17.271,58	10.322,42
21	3	Mar	2016	1.102,12	124,80	977,32	18.248,90	9.345,10
22	4	Abr	2016	1.102,12	112,98	989,13	19.238,04	8.355,96
23	5	May	2016	1.102,12	101,03	1.001,09	20.239,13	7.354,87
24	6	Jun	2016	1.102,12	88,92	1.013,20	21.252,33	6.341,67
25	7	Jul	2016	1.102,12	76,67	1.025,45	22.277,77	5.316,23
26	8	Ago	2016	1.102,12	64,27	1.037,84	23.315,62	4.278,38
27	9	Sep	2016	1.102,12	51,73	1.050,39	24.366,01	3.227,99
28	10	Oct	2016	1.102,12	39,03	1.063,09	25.429,10	2.164,90
29	11	Nov	2016	1.102,12	26,17	1.075,94	26.505,05	1.088,95
30	12	Dic	2016	1.102,12	13,17	1.088,95	27.594,00	0,00
					33.062,87	5.468,87	27.594,00	

$$i = \left(\frac{0,0498}{12} \right) + 14,5$$

$$i = 0,00415 + 14,5$$

$$i = 14,50415\% \text{ efectiva}$$

$$\frac{j}{m} = \frac{0,1450415}{12}$$

$$\frac{j}{m} = 0,01209$$

$$k = 30 - 6 = 24$$

$$P_n = R \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right]$$

$$P_3 = 1102,09 \left[\frac{1 - (1 + 0,01208333)^{-24}}{0,01208333} \right]$$

$$P_3 = 22840,69 \text{ USD}$$

$$R = VA \left[\frac{i}{1 - (1+i)^{-n}} \right]$$

$$R = 22840,69 \left[\frac{0,01209}{1 - (1 + 0,01209)^{-24}} \right]$$

$$R = 1102,09 \text{ USD}$$

$$i = \left(\frac{0,0498}{12} \right) + 14,50415$$

$$i = 0,00415 + 14,50415$$

$$i = 14,5083\% \text{ efectiva}$$

$$\frac{j}{m} = \frac{0,145083}{12}$$

$$\frac{j}{m} = 0,01209$$

$$k = 30 - 18 = 12$$

$$P_n = R \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right]$$

$$P_3 = 1102,09 \left[\frac{1 - (1 + 0,01208333)^{-24}}{0,01208333} \right]$$

$$P_3 = 12242,17 \text{ USD}$$

$$R = VA \left[\frac{i}{1 - (1+i)^{-n}} \right]$$

$$R = 12242,17 \left[\frac{0,01209}{1 - (1 + 0,01209)^{-24}} \right]$$

$$R = 1102,12 \text{ USD}$$

Análisis

Variación mínima de las cuotas y los intereses, por concepto de los reajustes y demás requerimientos correspondientes.

7.8. Ejercicios Propuestos

1) Una empresa consiguió un préstamo de 6 000 000 USD amortizable en pagos semestrales iguales en 4 años, con una tasa de interés de 9% anual capitalizable semestralmente. Calcular la cuota semestral y elaborar la tabla de amortización correspondiente.

2) Una empresa obtiene un préstamo de 98 000 USD a 7 años plazo, que debe ser pagado en cuotas bimestrales con

una tasa de interés del 18% anual capitalizable trimestralmente. Calcular la renta y el saldo insoluto inmediatamente después de pagar la cuota 20.

3) Una persona adquiere una casa por un valor de 1200 000 mediante el sistema de amortización gradual. Si hipoteca la propiedad a una institución financiera a 25 años de plazo, pagaderos en cuotas mensuales iguales, a una tasa de interés del 12% anual capitalizable mensualmente, calcular el valor de la cuota mensual y los derechos del acreedor y del deudor luego de haber pagado la cuota 200.

CAPÍTULO VIII

8. El sistema financiero y el mercado de capitales

8.1. Logro de aprendizaje de la unidad

Al finalizar la unidad, el lector-estudiante estará en capacidad de precisar el valor de los bonos, acciones, obligaciones financieras existente en el mercado de capitales; mediante la aplicación del cálculo matemático.

8.2. Justificación

En esta unidad de competencia se estudiará al sistema financiero con las principales normas e instituciones que la conforman, y los principales documentos financieros, tanto de la renta fija como variable. Dentro de estos documentos se analizarán los conceptos y cálculos vinculados a los distintos tipos de bonos que circulan en los mercados.

8.3. Objetivo

Conocer el sistema financiero, sus normas e instituciones, los documentos financieros, los bonos con una aplicación de la matemática financiera.

8.4. Definición

8.4.1. El sistema financiero

“Es un conjunto de instituciones interrelacionadas e interdependiente que regulen y operan las actividades financieras mediante leyes o normas. Las instituciones que

conforman el sistema financiero recogen los excedentes financieros, los ahorros y los canalizan hacia aquellas personas que lo requieren.”(Mora, 2010).

La ley general de instituciones del sistema financiero y otras con similar denominación, regula las actividades de las instituciones financieras como los bancos, sociedades, financieras, cooperativas de ahorro y crédito, las mutualistas, compañías de arrendamiento mercantil, compañías emisoras o administradoras de tarjetas de crédito.

Otros elementos importantes del sistema financiero los constituyen las instituciones las cuales se pueden clasificar así:

- Monetarias: instituciones públicas que tienen la facultad de emitir dinero, con el respectivo respaldo en oro, divisas, u otro medio de pago, por ejemplo, el banco central, el banco de la moneda, la junta monetaria, la dirección nacional de tesoro.

- Operativas: ministerio de economía y hacienda, ministerio de economía y finanzas, dirección nacional de seguro social.

- De control: instituciones públicas que, respaldadas en la respectiva ley tienen facultad para controlar y sancionar a aquellas personas naturales o jurídicas que incumplan la ley.

Clasificación de las entidades financieras

Entidades bancarias públicas: son las encargadas de manejar dinero o valores y otorgar crédito como el banco na-

cional del fomento, el banco de la vivienda, la corporación financiera, nacional el instituto de crédito educativo, el banco de desarrollo, y otras instituciones financieras públicas.

Entidades bancarias privadas: figuran los bancos privados de diferentes tipos, con alcance geográfico, local nacional e internacional, que son intermediarios en el mercado financiero.

Otras entidades financieras no bancarias: algunas de ellas son:

Cooperativas de ahorros y créditos: mutualista que financian dinero para vivienda

Servicios financieros: almacenes generales, compañía de arrendamiento mercantil, tarjetas de créditos casa de cambios, corporaciones de garantía y otras.

8.4.2. El mercado de capitales

Ley de mercado de valores y otras con similar denominación regulan la operación de un mercado de valores organizado, integrado, eficaz y transparente, la tasa de valores, las administradoras de fondos de inversión, los agentes de bolsas.

Ley de régimen monetario y otras con similar denominación regulan la emisión de monedas y la paridad cambiaria, las tasas de interés, los términos de intercambio, la inflación.

Clasificación de los documentos financieros:

Papeles con descuento: su rendimiento está determinado por el descuento sobre el valor nominal que tiene en el momento de su adquisición

- Bonos de estabilización monetarias
- Bono de estabilización de divisas
- Certificados de abonos tributario
- Letra de cambio, pagare, notas de crédito, aceptaciones bancarias
- Papeles a corto plazo (vencimiento entre 1 y 360 días)
- Pólizas de acumulación
- Certificados financieros
- Certificado de inversión

8.5. Bonos

Es una obligación o documento de crédito, emitido por un gobierno o una entidad en particular, a un plazo perfectamente determinado, que devenga intereses pagaderos en períodos regulares.

Un bono es una promesa escrita, compuesta básicamente por:

- Una suma fija: llamada valor de redención, en una fecha dada.
- Pagos periódicos (Cupón): conocidos como pagos de intereses hasta la fecha de redención.

8.5.1. Fórmula para calcular el precio de un bono

$$P = VR(1+i)^n + \text{cupón} \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right]$$

Nomenclatura:

P = Precio de un bono

VR = Valor de Redención

i = Tasa de interés (TIR: Tasa Interna de Retorno o de Renegociación)

n = número de cupones.

Cupón = Valor de los intereses.

8.5.2. Elementos o partes de un bono

a) El valor nominal: es el valor que consta en el documento, es el principal o capital generalmente es un múltiplo de 100, ejemplo: 100.00; 500.00; 1000 .00; 10 000.00, etc.

b) La tasa de interés: es la tasa con la cual el emisor pagará intereses sobre el valor nominal del bono, en períodos regulares de tiempo, puede ser anual con capitalización semestral trimestral, etc.

c) La fecha de rendición: es el plazo de terminación o fecha en la cual debe pagarse el valor nominal del bono.

d) El valor de rendición: es el valor del bono a la fecha de finalización o rendición este valor puede ser:

- Redimible a la par: cuando el valor nominal y el valor de redención son iguales.

-Redimible con premio: cuando el valor de rendición es mayor que el valor nominal.

-Redimible con descuento: cuando el valor de redención es menor que el valor nominal.

e) Cupón: es la parte desprendible del bono que contiene el valor de los intereses por periodos de pago.

f) Precio: es el valor que tiene un bono cuando se negocia, dependerá de varios factores, entre ellos de la rentabilidad exigida por el mercado para un determinado nivel de riesgo y plazo puede ser:

- A la par: cuando la tasa nominal del bono coincide con la tasa de negociación.

- Con premio: cuando la tasa de negociación es menor que la tasa nominal del bono.

- Con castigo: cuando la tasa de negociación es mayor que la tasa nominal del bono.

Ejercicio resuelto:

Un bono de 7 200 USD al 3.9% AS redimible a la par el 14 de septiembre del año 2018, se vende el 14 de marzo del

2009 con las siguientes operaciones:

Con una tasa de rendimiento del 5.9% anual capitalizable semestralmente.

Datos:

$$VA = 7200 \text{ USD}$$

$$VR = 7200(1) = 7200$$

$$m = 2$$

$$\text{Cupón} = 7200 \left(\frac{0.039}{2} \right)$$

$$\text{Cupón} = 140.40 \text{ USD}$$

14 de Septiembre del 2018		14 de Marzo del 2009	
Meses		Meses	
Enero	1	Abril	1
Febrero	1	Mayo	1
Marzo	1	Junio	1
Abril	1	Julio	1
Mayo	1	Agosto	1
Junio	1	Septiembre	1
Julio	1	Octubre	1
Agosto	1	Noviembre	1
Septiembre	1	Diciembre	1
Total de Meses	9	Total de Meses	9

$$2017 - 2010$$

$$8(2) = 16 \text{ CUPONES}$$

$$9+9=18/6=3$$

$$3+16=19$$

$$\frac{j}{m} = \frac{0.059}{2}$$

$$\frac{j}{m} = 0.0295$$

$$P = VR(1+i)^n + \text{cupón} \left[\frac{1-(1+i)^n}{i} \right]$$

$$P = 7200(1+0.0295)^{12} + 140.40 \left[\frac{1-(1+0.0295)^{12}}{0.0295} \right]$$

$$P = 7200(0.5755715671) + 140.40(14.38740451)$$

$$P = 4144.12 + 2019.99$$

$$P = 6164.12 \text{ USD}$$

Análisis

Bono redimible con castigo producto de las condiciones de tasas empleadas.

CAPÍTULO IX

9. Indicadores de evaluación financiera

9.1. Logro de aprendizaje de la asignatura

Al finalizar la unidad, el estudiante puede inferir la solución de problemas y casos, empleando la teoría de indicadores financieros para la toma de decisiones en proyectos de inversión, demostrando pertinencia y profundidad del análisis de diagnóstico.

9.2. Justificación

En esta unidad curricular se estudiarán problemas relacionados a la teoría de indicadores financieros y estos, permitirán la toma de decisiones en la aplicación de los proyectos de inversión. Destacándose como una herramienta importante dentro del desarrollo empresarial.

9.3. Objetivo

Potenciar el estudio de los indicadores financieros, como herramienta dentro del desarrollo empresarial, que permite la toma de decisiones en la aplicación de los proyectos de inversión.

9.4. Definición

Los indicadores financieros son aquellas herramientas utilizadas para la ayuda en la toma de decisiones en proyectos de inversión; entre ellos tenemos principalmente: el Valor Actual Neto (VAN), es uno de los modelos dinámicos de

evaluación de las inversiones junto con la Tasa Interna de Rentabilidad (TIR).

9.5. VAN (Valor Actual Neto)

El valor actual neto es el valor actualizado de los flujos producidos por el proyecto de inversión. Es decir, es el valor actualizado de los cobros previstos, menos el valor actualizado de los pagos esperados (Santandreu, 2000).

9.5.1. Fórmulas

$$VAN = -INVERSIÓN + \sum \frac{FCN}{(1+i)^t}$$

Nomenclatura:

Inversión = Desembolso Inicial
FNC = Flujo Neto de Caja del año i.
i = Tipo de actualización o descuento

$VAN > 0$, se acepta la inversión.
 $VAN < 0$, no se recomienda la inversión.

$$VAN = -C_0 + \frac{C_1}{(1+i)} + \frac{C_2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{C_n}{(1+i)^n}$$

Nomenclatura:

C_0 = Capital inicial. Es decir, la portación inicial necesaria para comenzar el proyecto.
 C_n = Cobros – pagos previstos durante el periodo i.
i = Tipo de interés.

$VAN > 0$, la inversión es viable. Cuanto mayor sea el re-

sultado más aconsejable será la inversión.

$VAN = 0$, la inversión es indiferente.
 $VAN < 0$, la inversión es inviable.

	Flujos Netos de Caja anuales (USD)				
Equipo	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5
A	600 USD	1 000 USD	2 400 USD	2 900 USD	5 000 USD
B	50 USD	1 000 USD	2 500 USD	2 750 USD	6 000 USD

Con los datos anteriores, seleccionar el equipo más conveniente para la empresa aplicando el criterio del Valor Actual Neto (VAN), siendo la tasa de actualización es el 4,5%.

a) Calcular el VAN de cada uno de los equipos

$$VAN = -C_0 + \frac{C_1}{(1+i)} + \frac{C_2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{C_n}{(1+i)^n}$$

EQUIPO A

$$VAN_A = -9000 + \frac{600}{(1+0.045)} + \frac{1000}{(1+0.045)^2} + \frac{2400}{(1+0.045)^3} + \frac{2900}{(1+0.045)^4} + \frac{5000}{(1+0.045)^5}$$

$$VAN_A = -9000 + 574.16 + 915.73 + 2103.11 + 2431.83 + 4012.25$$

$$VAN_A = -9000 + 10037.08$$

$$VAN_A = 1037.09 \text{ USD}$$

EQUIPO B

$$VAN_B = -9000 + \frac{50}{(1+0.045)} + \frac{1100}{(1+0.045)^2} + \frac{2500}{(1+0.045)^3} + \frac{2750}{(1+0.045)^4} + \frac{6000}{(1+0.045)^5}$$

$$VAN_B = -9000 + 47.85 + 1007.30 + 2190.74 + 2306.04 + 4814.71$$

$$VAN_B = -9000 + 10797.26$$

$$VAN_B = 1366.64 \text{ USD}$$

Análisis: los proyectos A y B son rentables. Entre ambos se elige el B por tener una rentabilidad mayor.

9.6. TIR (Tasa Interna de Retorno)

“La tasa interna de rendimiento o también tasa interna de retorno de la inversión (TIR), es un indicador financiero que se utiliza en la evaluación de proyectos para considerar su factibilidad en un proyecto.” (Santandreu, 2000).

Por su parte, según Dávalos N. (1981); tasa interna de retorno es la tasa de interés que equivale al valor presente de la expectativa futura de recibir el costo del gasto desembolsado.

Representación de la TIR

TIR es la tasa de actualización que hace que el VAN se iguale a cero. Se representa por la letra r. Es el máximo costo de capital que soporta un proyecto de inversión. Para calcular la TIR, se parte de la fórmula del VAN. (Mora A., 2010).

9.6.1. Fórmula con base el VAN

$$VAN = -I + \sum_{k=1}^n \frac{FNC_k}{(1+r)^k} = 0$$

Nomenclatura:

I= Inversión

FNC = Flujo Neto de Caja

n= Numero de periodos de duración del proyecto

k= Los diferentes periodos que se toman

$$VAN = -C_0 + C_1(1+r)^{-1} + C_2(1+r)^{-2} + \dots + C_n(1+r)^{-n} = 0$$

Nomenclatura:

C_0 = Capital inicial. Es decir, la aportación inicial necesaria para comenzar el proyecto.

C_n = Flujo neto de caja de cada periodo.

r = Costo de capital

Interpretación de resultados

Según el resultado de la operación se considera aconsejable o no la inversión. De este modo si:

Si $TIR >$ Costo de capital la inversión es aconsejable.

Si $TIR =$ Costo de capital la inversión es indiferente.

Si $TIR <$ Costo de capital la inversión es desaconsejable.

Ejercicio

Calculemos el VAN y la TIR de una empresa que estima los siguientes flujos de caja durante 6 años de un proyecto X. Se considera el costo del capital $r = 10\%$ y una inversión inicial de 600 000 USD en el año cero.

Se requieren los flujos de caja con proyección a 6 años y se seleccionan tasas para que den un VAN positivo y un VAN negativo.

AÑO	0	1	2	3	4	5	6
Ventas	-	500.000	510.000	520.000	530.000	540.000	550.000
Costo de operación	-	350.000	355.000	360.000	365.000	370.000	375.000
Depreciación	-	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000

Utilidad sin impuesto	-	50.000	55.000	60.000	65.000	70.000	75.000
Flujo neto de caja (utilidad más depreciación)	600 000	150.000	155.000	160.000	165.000	170.000	175.000

$r = 10\%$

$$VAN = -C_0 + C_1(1+r)^{-1} + C_2(1+r)^{-2} + \dots + C_n(1+r)^{-n}$$

$$VAN = -600\,000 + 150\,000(1+0,10)^{-1} + 155\,000(1+0,10)^{-2} + 160\,000(1+0,10)^{-3} + 165\,000(1+0,10)^{-4} + 170\,000(1+0,10)^{-5} + 175\,000(1+0,10)^{-6}$$

$$VAN = -600\,000 + 136\,363,64 + 128\,099,17 + 120\,210,37 + 112\,697,22 + 105\,556,62 + 98\,782,94$$

$$VAN = 101\,709,96 \text{ USD}$$

$r = 15\%$

$$VAN = -C_0 + C_1(1+r)^{-1} + C_2(1+r)^{-2} + \dots + C_n(1+r)^{-n}$$

$$VAN = -600\,000 + 150\,000(1+0,15)^{-1} + 155\,000(1+0,15)^{-2} + 160\,000(1+0,15)^{-3} + 165\,000(1+0,15)^{-4} + 170\,000(1+0,15)^{-5} + 175\,000(1+0,15)^{-6}$$

$$VAN_1 = -600\,000 + 130\,434,78 + 117\,202,27 + 105\,202,60 + 94\,339,29 + 84\,520,05 + 75\,657,33$$

$$VAN_1 = 7\,356,31 \text{ USD}$$

$r = 16\%$

$$VAN = -C_0 + C_1(1+r)^{-1} + C_2(1+r)^{-2} + \dots + C_n(1+r)^{-n}$$

$$VAN = -600\,000 + 150\,000(1+0,16)^{-1} + 155\,000(1+0,16)^{-2} + 160\,000(1+0,16)^{-3} + 165\,000(1+0,16)^{-4} + 170\,000(1+0,16)^{-5} + 175\,000(1+0,16)^{-6}$$

$$VAN_2 = -600\,000 + 129\,310,34 + 115\,190,25 + 102\,505,23 + 91\,128,03 + 80\,939,21 + 71\,827,39$$

$$VAN_2 = -9\,099,54 \text{ USD}$$

9.6.2. Fórmula de la TIR por interpolación

$$r_1 = 0,15$$

$$VAN_1 = 7\,356,31$$

$$r_2 = 0,16$$

$$VAN_2 = -9\,099,54$$

$$TIR = r_1 + (r_2 - r_1)[VAN_1(VAN_1 - VAN_2)^{-1}]$$

$$TIR = 0,15 + (0,16 - 0,15)[7\,356,31(7\,356,31 + 9\,099,54)^{-1}]$$

$$TIR = 0,15 + 0,01[7\,356,31(16\,455,85)^{-1}]$$

$$TIR = 0,15 + 0,01(0,447033073)$$

$$TIR = 0,15 + 0,004470331$$

$$TIR = 0,154470331 \text{ (100)}$$

$$TIR = 15,447\%$$

Análisis: La TIR es mayor que el costo de capital por lo que es conveniente invertir.

CAPÍTULO X

10. Depreciación

10.1. Logro de aprendizaje de la asignatura

Al finalizar la unidad, el estudiante podrá ser capaz de evaluar la depreciación de las propiedades, plantas o equipos del negocio, evaluando en cada caso el método indicado de acuerdo a las particularidades del negocio de que se trate.

10.2. Justificación

En esta unidad curricular se estudiarán los diferentes métodos para deducir la depreciación de una propiedad, planta o equipo.

10.3. Objetivo

Conocer las particularidades de los métodos para calcular la depreciación de un producto, planta o equipo y estimar su vida útil.

10.4. Definición

Es la reducción del valor histórico de las propiedades, planta y equipo por su uso o caída en desuso. La contribución de estos activos a la generación de ingresos del ente económico, debe reconocerse periódicamente a través de la depreciación de su valor histórico ajustado. Con el fin de calcular la depreciación de las propiedades, planta y equipo es necesario estimar su vida útil y, cuando sea sig-

nificativo, su valor residual.

Por otra parte en la NIC(Normas Internacionales de Contabilidad), 16 en el Párrafo 6 nos dice que la depreciación es; la distribución sistemática del importe depreciable de un activo a lo largo de su vida útil.

Se depreciará de forma separada cada parte de un elemento de propiedad, planta y equipo que tenga un costo significativo con relación al costo total del elemento. (NIC 16; par. 43).

En la medida que la entidad amortice de forma separada algunas partes de un elemento de activo fijo, también se depreciará de forma separada el resto del elemento.

La entidad podrá elegir por depreciar de forma separada las partes que compongan un elemento y no tengan un costo significativo con relación del costo total del mismo.

10.5. Métodos de depreciación

10.5.1. Método legal

El método legal es como su nombre lo dice apegado a la ley, sirve para calcular la depreciación de los activos fijos que se determinen de acuerdo a lo establecido por la normativa.

Fórmula

Depreciación=(Costo del bien-Valor residual)%

Ejemplo:

Una empresa, necesita depreciar un archivador adquirido el 01 de Enero del 2015, cuyo costo es de 800,00 USD; el valor residual se calcula según el porcentaje de depreciación deducible señalada en la Aplicación de la Ley Orgánica de Régimen Interno y así mismo su vida útil.

Se pide: Calcular la depreciación anual según el método legal y la contabilización respectiva.

Desarrollo

Reglamento de Aplicación de la Ley Tributaria Interna (art. 28 numeral 6) señala los porcentajes deducibles y el tiempo de vida útil estimado para las depreciaciones de activos fijos. En este caso el archivador se encuentra en el grupo de Instalaciones, Maquinaria, equipos y muebles que tiene una vida útil estimada de 10 años y un porcentaje de depreciación deducible de 10%.

M. Legal= (Costo del bien-Valor residual)%

M. Legal= [800,00-800,00(10%)]10%

M. Legal= (800,00-80,00)10%

M. Legal= (720,00)10%

M. Legal= 72,00 USD

TABLA DE DEPRECIACIÓN			
ACTIVO FIJO: ARCHIVADOR			
MÉTODO DE DEPRECIACIÓN: LEGAL			
Período	Depreciación anual	Depreciación acumulada	Valor en libros
0	\$-	\$-	\$ 800,00
1	\$ 72,00	\$ 72,00	\$ 728,00
2	\$ 72,00	\$ 144,00	\$ 656,00

3	\$72,00	\$216,00	\$584,00
4	\$72,00	\$288,00	\$512,00
5	\$72,00	\$360,00	\$440,00
6	\$72,00	\$432,00	\$368,00
7	\$72,00	\$504,00	\$296,00
8	\$72,00	\$576,00	\$224,00
9	\$72,00	\$648,00	\$152,00
10	\$72,00	\$720,00	\$80,00

Contabilización

FECHA	DETALLE	PARCIAL	DEBE	HABER
31/12/15	Gasto de Depreciación Mueble de oficina		\$72,00	
	Depreciación acumulada Mueble de oficina			\$72,00
	Ref. Depreciación anual del archivador al 31 de Diciembre del 2015.			
	TOTAL		\$72,00	\$72,00

10.5.2 Método Lineal o Línea Recta

La depreciación lineal, es un término que corresponde a la descripción de uno de los métodos correspondientes a la depreciación contable, y que lleva por nombre el método de depreciación lineal o directa.

Es aquel que distribuye en partes iguales (fijo) el valor a depreciar del bien entre los períodos de vida útil estimada. Es aplicable en bienes que no disponen de contadores de

producción incorporados, como muebles, edificios y enseres. Requiere de tres datos por cada bien que se desea depreciar, estos son:

- Costo histórico o valor actual: aquel con el que fue comprado, más adiciones capitalizables, más revalorizaciones a las que se haya sometido. Las facturas y los informes de revalorizaciones son las pruebas de este dato.
- Valor residual o de último rescate: cantidad monetaria estimada, basándose en la experiencia o consejo técnico que se espera obtener al final de la vida útil, o sea cuando el bien se encuentra en calidad de desecho.
- Vida útil esperada: que se establece en años, semestres o meses, según la intensidad de uso previsto, y la resistencia de los materiales con los que está construido en el plan de mantenimiento, entre otros elementos a considerar.

Es el método de depreciación más utilizado y con este se supone que los activos se usan más o menos con la misma intensidad año por año, a lo largo de su vida útil; por tanto, la depreciación periódica debe ser del mismo monto. Este método distribuye el valor histórico ajustado del activo en partes iguales por cada año de uso. Para calcular la depreciación anual basta dividir su valor histórico ajustado entre los años de vida útil.

La fórmula para el cálculo de la depreciación es:

$$\text{Depreciación} = \frac{\text{Costo histórico o Valor actual} - \text{Valor residual}}{\text{Vida útil estimada}}$$

Si no cambia ninguna de las variables, el tiempo de resultado de la fórmula siempre sería idéntico, y por tanto la depreciación se convierte en un gasto fijo.

Ejemplo:

La empresa “x y z” S.A. necesita calcular la depreciación por el método de línea recta y registrarla al 31 de diciembre del 2015, de un edificio el cual es arrendado para varios locales comerciales, el costo del inmueble es de 120.500,00 USD. Adquirido el 1 de enero del 2015, el perito estima un valor residual de 12.500,00 USD y una vida útil de 12 años.

Se pide:

Calcular por el método de depreciación en línea recta y su respectivo registro contable.

Desarrollo:

La Norma menciona que la depreciación se debe distribuir en forma sistemática a lo largo de la vida útil del bien. Dada la circunstancia, la vida útil del edificio es de doce años, independiente a lo que indique la norma tributaria.

SEGÚN LORTI

Costo histórico o valor actual	\$120.500,00
Valor residual	\$ 120.500,00 * 5% = \$ 6.025,00
Vida útil	20 años

$$M. Lineal = \frac{\text{Costo histórico o Valor actual} - \text{Valor residual}}{\text{Vida útil estimada}}$$

$$M. Lineal = \frac{120.500,00 - 6.025,00}{20 \text{ Años}} = \frac{114.475,00}{20} = 5.723,75$$

TABLA DE DEPRECIACIÓN			
ACTIVO FIJO: EDIFICIO			
MÉTODO DE DEPRECIACIÓN: LÍNEA RECTA			
Período	Depreciación anual	Depreciación acumulada	Valor en libros
0	\$ -	\$ -	\$ 120.500,00
1	\$5.723,75	\$5.723,75	\$ 114.776,25
2	\$5.723,75	\$11.447,50	\$ 109.052,50
3	\$5.723,75	\$17.171,25	\$ 103.328,75
4	\$5.723,75	\$22.895,00	\$ 97.605,00
5	\$5.723,75	\$28.618,75	\$ 91.881,25
6	\$5.723,75	\$34.342,50	\$ 86.157,50
7	\$5.723,75	\$40.066,25	\$ 80.433,75
8	\$5.723,75	\$45.790,00	\$ 74.710,00
9	\$5.723,75	\$51.513,75	\$ 68.986,25
10	\$5.723,75	\$57.237,50	\$ 63.262,50
11	\$5.723,75	\$62.961,25	\$ 57.538,75
12	\$5.723,75	\$68.685,00	\$ 51.815,00
13	\$5.723,75	\$74.408,75	\$ 46.091,25
14	\$5.723,75	\$80.132,50	\$ 40.367,50
15	\$5.723,75	\$85.856,25	\$ 34.643,75
16	\$5.723,75	\$91.580,00	\$ 28.920,00
17	\$5.723,75	\$97.303,75	\$ 23.196,25
18	\$5.723,75	\$103.027,50	\$ 17.472,50
19	\$5.723,75	\$108.751,25	\$ 11.748,75
20	\$5.723,75	\$114.475,00	\$ 6.025,00

El registro será:

FECHA	DETALLE	PARCIAL	DEBE	HABER
31/12/2014	Gasto de Depreciación Edificio		\$5.723,75	
	Depreciación acumulada Edificio			\$5.723,75
	Ref. Depreciación anual del edificio al 31 de Diciembre del 2015.			
	TOTAL		\$5.723,75	\$5.723,75

Según NIC 16

Costo histórico o valor actual	\$120.500,00
Valor residual	\$12.500,00
Vida útil	12 años

$$M. \text{ Lineal} = \frac{\text{Costo histórico o Valor actual} - \text{Valor residual}}{\text{Vida útil estimada}}$$

$$M. \text{ Lineal} = \frac{120.500,00 - 12.500,00}{12 \text{ Años}} = \frac{108.000,00}{12} = 9.000,00$$

TABLA DE DEPRECIACIÓN			
ACTIVO FIJO: EDIFICIO			
MÉTODO DE DEPRECIACIÓN: LÍNEA RECTA			
Período	Depreciación anual	Depreciación acumulada	Valor en libros
0	\$-	\$-	\$ 120.500,00
1	\$9.000,00	\$9.000,00	\$ 111.500,00
2	\$9.000,00	\$18.000,00	\$ 102.500,00
3	\$9.000,00	\$27.000,00	\$ 93.500,00
4	\$9.000,00	\$36.000,00	\$ 84.500,00
5	\$9.000,00	\$45.000,00	\$ 75.500,00
6	\$9.000,00	\$54.000,00	\$ 66.500,00
7	\$9.000,00	\$63.000,00	\$ 57.500,00
8	\$9.000,00	\$72.000,00	\$ 48.500,00
9	\$9.000,00	\$81.000,00	\$ 39.500,00
10	\$9.000,00	\$90.000,00	\$ 30.500,00
11	\$9.000,00	\$99.000,00	\$ 21.500,00
12	\$9.000,00	\$108.000,00	\$ 12.500,00

El registro será:

FECHA	DETALLE	PARCIAL	DEBE	HABER
31/12/2014	Gasto de Depreciación Edificio		\$5.723,75	
	Depreciación acumulada Edificio			\$5.723,75
	Ref. Depreciación anual del edificio al 31 de Diciembre del 2015, bajo LORTI			

	TOTAL		\$5.723,75	\$5.723,75
--	-------	--	------------	------------

Gastos No Deducibles

FECHA	DETALLE	PARCIAL	DEBE	HABER
31/12/2014	Gasto de Depreciación Edificio		\$3.276,25	
	Depreciación acumulada Edificio			\$3.276,25
	Ref. Depreciación anual del edificio al 31 de Diciembre del 2015, bajo NIC 16			
	TOTAL		\$3.276,25	\$3.276,25

10.5.3. Método decreciente

Este método de depreciación decreciente, se fundamenta en que la distribución sistemática del desgaste (depreciación) al que están sometidos los activos fijos, debe ser mayor en los primeros años.

Denominada así, porque el valor decreciente coincide con el doble del valor obtenido mediante el método de la línea recta.

Este método de depreciación busca distribuir mayormente la depreciación en los primeros años y una depreciación inferior en los últimos años, esto resulta razonable porque en los primeros años es donde se aprovecha al máximo la

potencialidad, o es decir, es donde más se utiliza el activo fijo depreciable por lo tanto es en los primeros periodos donde se debería asignar una mayor depreciación.

Ejemplo:

Una empresa, requiere depreciar una maquinaria de construcción, la cual tiene un valor de 100.000,00 USD un perito especializado determinó una vida útil para la misma de 7 años y un valor residual estimado de 13.000,00 USD.

Se pide:

Calcular por el método decreciente, tanto de suma de números dígitos como por el método de doble cuota sobre el valor en libros y su respectivo registro.

Desarrollo:

La norma menciona que la depreciación se debe distribuir en forma sistemática a lo largo de la vida útil del bien. En este caso la empresa ha determinado que la utilización de la maquinaria y su valor residual se ajusta a los porcentajes que señala la normativa tributaria.

Método 1 SEGÚN LORTI

Costo histórico o valor actual	\$100.000,00
Valor residual	\$ 100.000,00 * 10% = \$10.000,00
Vida útil	10 años

TABLA DE DEPRECIACIÓN

ACTIVO FIJO: MAQUINARIA						
MÉTODO DE DEPRECIACIÓN: DECRECIENTE SUMA DE NÚMEROS DÍGITOS						
Vida Útil	Período de dep.	Suma de vida útil	% de Dep.	Importe depreciable	Dep. acumulada	Importe en libros
1	10	55	18,18%	\$90.000	\$16.363,64	\$83.636,36
2	9	55	16,36%	\$90.000	\$31.090,91	\$68.909,09
3	8	55	14,55%	\$90.000	\$44.181,82	\$55.818,18
4	7	55	12,73%	\$90.000	\$55.636,36	\$44.363,64
5	6	55	10,91%	\$90.000	\$65.454,55	\$34.545,45
6	5	55	9,09%	\$90.000	\$73.636,36	\$26.363,64
7	4	55	7,27%	\$90.000	\$80.181,82	\$19.818,18
8	3	55	5,45%	\$90.000	\$85.090,91	\$14.909,09
9	2	55	3,64%	\$90.000	\$88.363,64	\$11.636,36
10	1	55	1,82%	\$90.000	\$90.000,00	\$10.000,00

El registro será:

FECHA	DETALLE	PAR-CIAL	DEBE	HABER
31/12/2015	Gasto de Depreciación Maquinaria		\$16 363,64	
	Depreciación acumulada Maquinaria			\$16 363,64
	Ref. Para registrar depreciación de la maquinaria al 31 de Diciembre del 2015.			
	TOTAL		\$16 363,64	\$16 363,64

SEGÚN NIC 16

Costo histórico o valor actual	\$100.000,00
Valor residual	\$13.000,00
Vida útil	8 años

Vida Útil	Período de dep.	Suma de vida útil	% dep.	Importe depreciable	Dep. anual	Dep. Acumulad.	Importe en libros
1	8	36	22,22%	\$87.000	\$19.333,33	\$19.333,33	\$80.666,67
2	7	36	19,44%	\$87.000	\$16.916,67	\$36.250,00	\$63.750,00
3	6	36	16,67%	\$87.000	\$14.500,00	\$50.750,00	\$49.250,00
4	5	36	13,89%	\$87.000	\$12.083,33	\$62.833,33	\$37.166,67
5	4	36	11,11%	\$87.000	\$9.666,67	\$72.500,00	\$27.500,00
6	3	36	8,33%	\$87.000	\$7.250,00	\$79.750,00	\$20.250,00
7	2	36	5,56%	\$87.000	\$4.833,33	\$84.583,33	\$15.416,67
8	1	36	2,78%	\$87.000	\$2.416,67	\$87.000,00	\$13.000,00

El registro será:

Gastos Deducibles

FECHA	DETALLE	PAR-CIAL	DEBE	HABER
31/12/2015	Gasto de Depreciación Maquinaria		\$16 363,64	
	Depreciación acumulada Maquinaria			\$16 363,64
	Ref. Depreciación anual de la maquinaria al 31 de Diciembre del 2015, bajo LORTI			

	TOTAL		\$16 363,64	\$16 363,64
--	-------	--	-------------	-------------

Gastos No Deducibles

FECHA	DETALLE	PAR- CIAL	DEBE	HABER
31/12/2014	Gasto de Depreciación Maquinaria		\$2.969,69	
	Depreciación acumulada Edificio			\$2.969,69
	Ref. Depreciación anual de la maquinaria al 31 de Diciembre del 2015, bajo NIC 16			
	TOTAL		\$2.969,69	\$2.969,69

SEGÚN NIC 16

Costo histórico o valor actual	\$100.000,00
Valor residual	\$13.000,00
Vida útil	8 años

TABLA DE DEPRECIACIÓN					
ACTIVO FIJO: MAQUINARIA					
MÉTODO DE DEPRECIACIÓN: DOBLE CUOTA SOBRE EL VALOR EN LIBROS					
Vida Útil	Calculo	Importe depreciable	Depreciación anual	Depreciación acumulada	Valor en libros
1	25%	\$100.000	\$25.000,00	\$25.000,00	\$75.000

2	25%	\$75.000	\$18.750,00	\$43.750	\$56.250,00
3	25%	\$56.250	\$14.062,50	\$57.812,50	\$42.187,50
4	25%	\$42.187,50	\$10.546,88	\$68.359,38	\$31.640,63
5	25%	\$31.640,63	\$7.910,16	\$76.269,53	\$23.730,47
6	25%	\$23.730,47	\$5.932,62	\$82.202,15	\$17.797,85
7	25%	\$17.797,85	\$4.449,46	\$86.651,61	\$13.348,39
8	25%	\$13.348,39	\$3.348,39	\$90.000	\$10.000,00

El registro será:

Gastos Deducibles

FECHA	DETALLE	PARCIAL	DEBE	HABER
31/12/2015	Gasto de Depreciación Maquinaria		\$20.000,00	
	Depreciación acumulada Maquinaria			\$20.000,00
	Ref. Dep. anual, bajo LORTI			
	TOTAL		\$20.000,00	\$20.000,00

Gastos No Deducibles

FECHA	DETALLE	PARCIAL	DEBE	HABER
31/12/2014	Gasto de Depreciación Maquinaria		\$5.000,00	
	Depreciación acumulada Maquinaria			\$5.000,00

	Ref. De- preciación anual de la maquinaria al 31 de Di- ciembre del 2015, bajo NIC 16			
	TOTAL		\$5.000,00	\$5.000,00

10.5.4 Método por unidades de producción

En este método se asigna, un importe fijo de depreciación a cada unidad de la producción fabricada o utilizada por el activo fijo. Es totalmente recomendable para su aplicación en aquellos bienes que están sujetos a mayor desgaste. Este método es muy similar al de la línea recta en cuanto se distribuye la depreciación de forma equitativa en cada uno de los periodos.

Para determinar la depreciación por este método, se divide en primer lugar el valor del activo por el número de unidades que puede producir durante toda su vida útil. Luego, en cada periodo se multiplica el número de unidades producidas en el periodo por el costo de depreciación correspondiente a cada unidad.

Para algunos activos como máquinas, equipos y vehículos, su vida útil está estrechamente relacionada con la capacidad de producción, la cual se expresa en horas de trabajo, kilómetros recorridos, unidades producidas, etc. Para estos activos se utiliza este método de depreciación que consiste en calcular el monto de depreciación periódica, de acuerdo con el volumen de actividad alcanzada.

Fórmula:

$$MUP = \frac{\text{Costo del Activo} - \text{Valor Residual}}{\text{Unidades de Uso (Horas, kilómetros)}} \\ = \text{Cuota de asignación} * \text{Producción anual}$$

Enfoque de las unidades de producción como método de depreciación

El proceso para aplicar el método de las unidades de producción es muy similar al método lineal, con una pequeña diferencia, el importe depreciable (valor del activo fijo-valor residual) no se le divide para la vida útil estimada del activo fijo, sino para la producción esperada.

Ejemplo:

Una empresa, posee una maquinaria cuyo valor es de 60.000,00 USD; la misma será utilizada para envasar el producto "X". Según las especificaciones técnicas de los fabricantes, solamente podrá envasar hasta 200.000 unidades.

Luego la maquinaria ya no podrá ser utilizada y la entidad considera tener aquella producción en 5 años.

Al final de la producción esperada, un perito (técnico industrial) ha estimado que la maquinaria se podrá vender como chatarra en \$15.000,00

Se pide:

Calcular la depreciación por el método de unidades de

producción y realizar el respectivo registro contable.

Desarrollo:

La norma menciona que la depreciación se debe distribuir en forma sistemática a lo largo de la vida útil del bien. Dada la circunstancia, la vida útil de la maquinaria es de cinco años, independiente a lo que indique la norma tributaria.

SEGÚN LORTI

Costo histórico o valor actual	\$60.000,00
Valor residual	\$ 60.000,00 * 10% = \$ 6.000,00
Vida útil	10 años
Unidades de uso	200.000
Producción Anual	200.000 / 10 = 20.000,00

$$MUP = \frac{\text{Costo del Activo} - \text{Valor Residual}}{\text{Unidades de Uso (Horas, kilómetros)}} \\ = \text{Cuota de asignación} \cdot \text{Producción anual} \\ MUP = \frac{60.000,00 - 6.000,00}{200.000} = \frac{54.000,00}{200.000} = \$0,27 \cdot 20.000 = 5.400,00$$

TABLA DE DEPRECIACIÓN					
ACTIVO FIJO: MAQUINARIA					
MÉTODO DE DEPRECIACIÓN: UNIDADES PRODUCIDAS					
AÑO	Pro- ducción anual	Cuota de asig- nación	Depre- ciación anual	Depre- ciación acumulada	Importe en libros
1	20000	0,27	\$5.400	\$5.400	\$54.600
2	20000	0,27	\$5.400	\$10.800	\$49.200
3	20000	0,27	\$5.400	\$16.200	\$43.800
4	20000	0,27	\$5.400	\$21.600	\$38.400

5	20000	0,27	\$5.400	\$27.000	\$33.000
6	20000	0,27	\$5.400	\$32.400	\$27.600
7	20000	0,27	\$5.400	\$37.800	\$22.200
8	20000	0,27	\$5.400	\$43.200	\$16.800
9	20000	0,27	\$5.400	\$48.600	\$11.400
10	20000	0,27	\$5.400	\$54.000	\$30.000

El registro será:

FECHA	DETALLE	PARCIAL	DEBE	HABER
31/12/2015	Gasto de Depreciación Maquina		\$5.400,00	
	Depreciación acumulada Maquina			\$5.400,00
	Ref. Para registrar depreciación de la maquina al 31 de Diciembre del 2015.			
	TOTAL		\$5.400,00	\$5.400,00

SEGÚN NIC 16

Costo histórico o valor actual	\$60.000,00
Valor residual	\$ 15.000,00
Vida útil	5 años
Unidades de uso	200.000
Producción Anual	200.000 / 5= 40.000

$$MUP = \frac{\text{Costo del Activo} - \text{Valor Residual}}{\text{Unidades de Uso (Horas, kilómetros)}} \\ = \text{Cuota de asignación} \cdot \text{Producción anual}$$

$$MUP = \frac{60.000,00 - 15.000,00}{200.000} = \frac{45.000,00}{200.000} = \$0,225 \cdot 40.000 = 9.000,00$$

TABLA DE DEPRECIACIÓN					
ACTIVO FIJO: MAQUINARIA					
MÉTODO DE DEPRECIACIÓN: UNIDADES PRODUCIDAS					
Años	Pro- ducción anual	Cuota de asigna- ción	Depre- ciación anual	Deprecia- ción acu- mulada	Importe en libros
1	40000	0,225	\$9.000,00	\$9.000	\$51.000,00
2	40000	0,225	\$9.000,00	\$18.000	\$42.000,00
3	40000	0,225	\$9.000,00	\$27.000	\$33.000,00
4	40000	0,225	\$9.000,00	\$36.000	\$24.000,00
5	40000	0,225	\$9.000,00	\$45.000	\$15.000,00

El registro será:

Gastos Deducibles

FECHA	DETALLE	PAR- CIAL	DEBE	HABER
31/12/2015	Gasto de Deprecia- ción Maquina		\$5.400,00	
	Depreciación acu- mulada Maquina			\$5.400,00
	Ref. Deprecia- ción anual de la maquina al 31 de Diciembre del 2015, bajo LORTI			
	TOTAL		\$5.400,00	\$5.400,00

Gastos No Deducibles

FECHA	DETALLE	PAR- CIAL	DEBE	HABER
31/12/2014	Gasto de Deprecia- ción Maquina		\$3.600,00	
	Depreciación acu- mulada Maquina			\$3.600,00
	Ref. Deprecia- ción anual de la maquina al 31 de Diciembre del 2015, bajo NIC 16			
	TOTAL		\$3.600,00	\$3.600,00

CAPÍTULO XI

11. Amortización de activos fijos

11.1. logro de aprendizaje de la asignatura

Al finalizar la unidad, el estudiante podrá ser capaz de evaluar la amortización de los activos, tangibles o intangibles, evaluando en cada caso el método indicado de acuerdo a las particularidades del activo.

11.2. Justificación

En esta unidad curricular se estudiarán los activos fijos y su clasificación, así como los métodos existentes para definir su amortización.

11.3. Objetivo

Conocer las especificidades de los activos fijos para su clasificación, así como los métodos para calcular la amortización de éstos lo que permitirá estimar su vida útil.

11.4. Definición

11.4.1. Activos fijos

El activo fijo es aquel activo que no está destinado para ser comercializado, sino para ser utilizado, para ser explotado por la empresa.

Tipos de activos

1. Intangibles: cargos diferidos marcas, patentes, derechos de autor, gastos de organización, investigación y desarrollo y otros. Se amortizan.

2. Tangibles: propiedad, planta y equipo maquinas, equipos, edificios, herramientas, vehículos, muebles y enseres entre otros. Se deprecian.

Activos tangibles

Son los activos tangibles que mantiene una empresa para ser usado en la producción o generación de bienes o servicios, para arrendar a otros y para propósitos administrativos. Se espera que los activos fijos sean usados durante más de un período.

Activos intangibles

Un activo intangible es un activo identificable, de carácter no monetario y sin apariencia física. Conjunto de bienes inmateriales, representados en derechos, privilegios o ventajas de competencia que son valiosos, porque contribuyen a un aumento en ingresos o utilidades por medio de su empleo en el ente económico; estos derechos se compran o se desarrollan en el curso normal de los negocios.

Por regla general, son objeto de amortización gradual durante la vida útil estimada

Un activo satisface el criterio de identificación incluido en la definición de activo intangible cuando:

- Es separable, esto es, es susceptible de ser separado o escindido de la entidad y vendido, cedido, dado en explotación, arrendado o intercambiado, ya sea individualmente o junto con el contrato, activo o pasivo con los que guarde relación; o surge de derechos contractuales o de otros derechos legales, con independencia de que esos derechos sean transferibles o separables de la entidad o de otros derechos u obligaciones.

La contabilización de un activo intangible se basa en su vida útil:

Un activo intangible con una vida útil finita se amortiza.

Un activo intangible con una vida útil indefinida no se amortiza (indefinido” no significa “infinito”).

Según las NIC una clase de activos intangibles es un conjunto de activos de similar naturaleza y uso en las actividades de la entidad. Los siguientes son ejemplos de clases separadas:

- Marcas.
- Cabeceras de periódicos o revistas y sellos o denominaciones editoriales.
- Programas y aplicaciones informáticas.
- Concesiones y franquicias.
- Derechos de propiedad intelectual, patentes y otras manifestaciones de la propiedad industrial o derechos de explotación.

- Recetas o fórmulas, modelos, diseños y prototipos.
- Activos intangibles en curso.

11.4.2. Amortización de activos fijos

- El importe amortizable de un activo intangible con una vida útil finita, se distribuirá sobre una base sistemática a lo largo de su vida útil.
- La amortización comenzará cuando el activo esté disponible para su utilización, es decir, cuando se encuentre en la ubicación y condiciones necesarias para que pueda operar de la forma prevista por la gerencia.
- La amortización finalizará en la fecha más temprana de las siguientes: la fecha en la que el activo se clasifique como disponible para la venta de acuerdo con la NIIF 5.

11.5. Tenemos tres métodos de amortización

- Método de línea recta
- Método de saldos decrecientes
- Método de unidades producidas

Es necesario pasar a definir diferentes variables para el cálculo de los diferentes métodos de amortización.

11.5.1 De línea recta

Así la cuota de amortización se calcula atendiendo a la fórmula:

Variable	Descripción
Valor de adquisición "Vo".	Valor inicial del activo.
Valor residual "Vr".	Valor al final de su vida útil.
Años de producción "n".	Vida productiva del equipo a amortizar.
Parte de vida productiva "nt".	Parte de la vida productiva del equipo consumida realmente en el ejercicio [t].
Interés fijo "i".	Interés fijo a aplicar a la parte no amortizada.
Coste capital tanto por uno "r".	Coste del capital.
Tasa de inflación anual "I".	Inflación anual.
Cuota de amortización.	Valor amortizado en el periodo.

$$\text{Cuota} = (\text{Vo} - \text{Vr}) / n$$

Ejemplo

Una empresa, invierte \$18 000 en el desarrollo de un programa contable. Este activo intangible lo está explotando comercialmente y estima que lo podrá hacer por 5 años, para entonces ya se habrá desarrollado otro programa sustituto. Calcule y registre la amortización lineal anual.

Solución

$$\text{Cuota} = \frac{18000}{5} = 3\ 600 \text{ USD}$$

Registro

Fecha	Detalle	Debe	Haber
-------	---------	------	-------

31/12/14	Gasto por amortización de software	3 600	
	Amortización acumulada		3 600
	P/R Amortización de software contable		

11.5.2 Método de saldos decrecientes

- Este método utiliza la fórmula de saldo decreciente para amortizar un activo en los libros relacionados. En el curso de la vida de un activo, se reducirá el importe que amortiza el activo.
- Con este método debemos calcular un tanto fijo “t” que aplicaremos sobre el valor pendiente de amortizar al comienzo de cada ejercicio. El producto de este tanto y el valor pendiente nos dará como resultado la cuota amortizable en cada ejercicio.
- Para el cálculo del tanto de amortización utilizaremos la siguiente forma:

$$T = 1 - \left(\frac{V_r}{V_o}\right)^{1/n}$$

Fórmula para el cálculo de cada cuota

El cálculo de cada cuota se realizará del siguiente modo:

- Cuota del ejercicio 1 = $t \cdot V_0$
- Cuota del ejercicio 2 = $t(1-t)V_0$
- Cuota del ejercicio 3 = $t(1-t)^2 V_0$
- Cuota del ejercicio n = $t(1-t)^{n-1} \cdot V_0$

Ejemplo

- Cuarto B hace un lanzamiento de una nueva marca de zapatos con una inversión de 20 000, con esta nueva marca que estima que tendrá un éxito de 10 años con un valor residual de 8 000 dólares. Calcule la amortización por saldos decrecientes y realice el registro contable para el primer año.

$$T = 1 - \left(\frac{8\,000}{20\,000}\right)^{1/10} = 0,087556464$$

El cálculo de cada cuota se realizará del siguiente modo:

Cuota del ejercicio 1 = $0,087556464 (20\,000) = 1\,751,13$ USD

Cuota del ejercicio 2 = $0,087556464(1 - 0,087556464) (20\,000) = 1\,597,81$ USD

Cuota del ejercicio 3 = $0,087556464 (1 - 0,087556464)^2 (20\,000) = 1\,457,91$ USD

Cuota del ejercicio 4 = $0,087556464 (1 - 0,087556464)^3 (20\,000) = 1\,330,26$ USD

Cuota del ejercicio 5 = $0,087556464 (1 - 0,087556464)^4 (20\,000) = 1\,213,79$ USD

Cuota del ejercicio 10 = $0,087556464(1 - 0,087556464)^9$
(20 000) = 767,67 U

Registro

Fecha	Detalle	Debe	Haber
31/12/14	Gasto por amortización de Marcas	1 751,13	
	Amortización acumulada Marcas		1 751,13
	P/R. Amortización de Marcas		

11.5.3 Método de unidades producidas

En este método se toma como dato la estimación del número de unidades de producto que genere el activo intangible que deseamos amortizar en toda su vida útil.

Para el cálculo de amortización por el método de unidades utilizaremos la siguiente forma:

- An: Producción estimada para el año n.
- T: Producción total estimada durante toda la vida del bien.

Ejemplo

El departamento de marketing de la GASEOSA AZUL, invierte 24 000 USD en el desarrollo de una campaña pu-

blicitaria para promocionar una nueva bebida a nivel nacional. La vida útil de esta campaña está estimada por dos años. Las ventas totales estimadas son 35 000 del producto y la venta anual estimada sería la siguiente:

Año 1: 15 000

Año 2: 20 000

Calcular la amortización y realizar el registro contable del primer año.

$$Cuota_n = \frac{(V_0 - V_r) \cdot A_n}{T}$$

$$Cuota_1 = \frac{24\ 000 \cdot 15\ 000}{35\ 000} = 10\ 285,71\ USD$$

$$Cuota_2 = \frac{24\ 000 \cdot 20\ 000}{35\ 000} = 13\ 714,29\ USD$$

Registro

Fecha	Detalle	Debe	Haber
31/12/14	Gasto por amortización de Publicidad	10 285,71	
	Amortización acumulada Publicitaria		10 285,71
	P/R. Amortización de Publicidad		

CAPÍTULO XII

12. Ajustes y reclasificaciones contables

12.1. Logro de aprendizaje de la asignatura

Al finalizar la unidad los estudiantes serán capaces de reconocer cuando se es necesario realizar ajustes contables antes de elaborar los Estados Financieros, identificando las causas que han provocado los saldos incorrectos y a partir de esto actuar en consecuencia para solucionar dicha situación en el cierre del proceso contable.

12.2. Justificación

A medida que transcurre el periodo contable se consumen algunos activos, se causan ingresos que aún no se han cobrado o gastos que aún no se han pagado y que la contabilidad no ha registrado, ya que, al no constituir movimientos de dinero, ella no ha recibido documentos que informen su ocurrencia. Es por esto que al finalizar el periodo contable, hay que revisar los saldos de todas las cuentas para ver si estos reflejan la verdad en la fecha del cierre. Si es así, la cuenta esta lista para ocupar su lugar en el estado financiero que le corresponde, de lo contrario habrá que modificar el saldo para que exprese la realidad en esa fecha. De ahí la importancia de conocer como evaluar los diferentes ajustes que se requiere hacer para lograr un eficaz cierre del proceso contable.

12.3. Objetivo

Identificar las causas de la existencia de saldos incorrectos

reconociendo en cada caso cómo dar solución a los saldos incorrectos en la elaboración de los Estados Financieros.

12.4. Definición

Causas y efectos de saldos incorrectos.

- Omisión: por la falta de registro de operaciones afectadas, que el sistema contable no los ha conocido. Esto provoca que las cuentas presenten saldos incompletos.

- Errores: por la selección equivocada de cuentas y aplicación de valores incorrectos. Estas acciones inapropiadas provocaran que ciertas cuentas presenten valores que no les corresponden, por lo que algunas cuentas presentarán sobrevaloraciones y subvaloraciones.

- Desactualización: por uso sistemático de bienes y servicios, por realización de rentas que fueran presentadas o que no pudieran ser liquidadas en el período; por gastos que se pagaron por anticipado o que aún no se han pagado. Además, por predicción objetiva de situaciones futuras, como es el caso de cuentas incobrables. En cualquier caso, los saldos estarán desactualizados en el momento de preparar el Balance de Comprobación.

- Uso indebido: por abusos o excesos de confianza de parte de las estadías de dinero, bienes, etc., se suelen presentar desfases (faltantes) entre los saldos contables y la presencia física de recursos.

12.5. Principales ajustes

12.5.1. Ajustes por omisión

Este caso se resuelve fácilmente, en el momento en que se reconozca la operación. Por supuesto que esta situación se debe corregir a futuro mediante mejoras en el flujo de la documentación.

Ejemplo

La empresa realiza una venta de servicios por \$ 150,00, con factura #004, el 4 de enero del año 2015 a crédito. Por razones desconocidas esta transacción no fue contabilizada oportunamente, y el 8 de mayo del 2015 el contador se entera de este hecho y lo registra.

Fecha	Detalle -01-	Parcial	Debe	Haber
8-05-15	Cuentas por cobrar		\$ 168,00	
	IVA Cobrado			\$ 18,00
	Servicio Prestados			\$ 150,00
	V/ Ajuste de venta del 4/01/2015.			

12.5.2. Ajustes por error

Durante el registro de las transacciones, es posible cometer en forma involuntaria errores en el registro numérico,

o en la asignación de las cuentas contables. Estas situaciones pueden modificarse en el momento que se detecte el error mediante asientos de ajustes.

Ejemplo 1

El 2 de febrero del año 2015, con factura # 001, se compró un escritorio para la oficina por \$ 200,00, se paga con cheque.

Fecha	Detalle	Parcial	Debe	Haber
2-02-15	-01-			
	Equipo de oficina		\$ 200,00	
	IVA pagado		\$ 24,00	
	Banco			\$ 224,00
	V/ Compra de un escritorio seg. Fact. #001			
2-02-15	-02-			
	Banco		\$ 224,00	
	Equipo de Oficina			\$ 200,00
	IVA pagado			\$ 24,00
	V/ Reverso de la transacción			
2-02-15	-03-			
	Mueble de oficina		\$ 200,00	
	IVA pagado		\$ 24,00	
	Banco			\$ 224,00
	V/ Ajuste por error en el asiento.			

Ejemplo 2

EL 2 de febrero del año 2015, con factura # 001, se compró un archivador metálico para la oficina, por un valor de \$ 500,00, se canceló con cheque.

Fecha	Detalle	Parcial	Debe	Haber
2-02-15	-01-			
	Mueble de Oficina		\$ 5 000,00	
	IVA pagado		\$ 600,00	
	Banco			\$5 600,00
	V/ Compra de un archivador metálico seg. Fact. #001			
2-02-15	-02-			
	Banco		\$5 600,00	
	Mueble de Oficina			\$ 5 000,00
	IVA pagado			\$ 600,00
	V/ Reverso de la transacción			
2-02-15	-03-			
	Mueble de oficina		\$ 500,00	
	IVA pagado		\$ 60,00	
	Banco			\$ 560,00
	V/ Ajuste por error en el asiento.			

12.5.3 Ajustes por uso indebido

El personal responsable del manejo directo de dinero,

mercaderías y otros bienes puede caer en abusos de confianza al disponer de los recursos de la empresa para fines personales.

Este tipo de usos indebidos se puede detectar a partir de estudios específicos como constataciones físicas, arqueos, confirmaciones de saldos, etc. En caso de faltantes se deberán registrar los siguientes ajustes.

Ejemplo 1

El 8 de enero del año 2015 se realizó un arqueo de caja, al cual se establece un faltante de \$ 30,00 el dinero fue utilizado por el cajero sin autorización. El gerente decide cargar a la cuenta del empleado responsable y descontarle en el próximo sueldo.

Fecha	Detalle	Parcial	Debe	Haber
8-01-15	-01-			
	Anticipo de sueldo		\$30,00	
	Caja			\$ 30,00
	V/ Ajuste por faltante de caja			

12.5.4. Ajustes por pérdidas fortuitas

Cuando la empresa se ve despojada de recursos monetarios o de su propiedad que no estaban protegidos por seguros, surge la necesidad, de reportar estas pérdidas no esperadas a través de ajustes.

Ejemplo 1

La empresa pierde mercaderías por \$ 2.000,00 en el incendio de sus bodegas el día 1 de enero.

Fecha	Detalle	Parcial	Debe	Haber
01-01-15	-01-			
	Pérdidas Fortuitas		\$ 2 000,00	
	Inv. Mercaderías			\$ 2 000,00
	V/ Pérdida de mercaderías en incendio.			

Ejemplo 2

EL 2 de enero del año 2015, al tesorero de la empresa le sustrajeron \$250,00 que se debían depositar en la cuenta corriente en el banco.

Fecha	Detalle	Parcial	Debe	Haber
02-01-15	-01-			
	Pérdidas Fortuitas		\$ 250,00	
	Caja			\$ 250,00
	V/ Pérdida por caja.			

12.5.5. Ajustes prepagados y precrobrados

En ocasiones la venta de servicios requiere de pagos anticipados por varios meses e incluso años, este es el caso de los arriendos, seguros, etc., que con el tiempo se deben ir devengando o actualizando.

Ejemplo

El día 1 de enero del 2015, la empresa A desea tomar en arriendo un local comercial de la empresa B, que condicionara la operación, mediante la existencia de un pago anticipado del valor del servicio equivalente a un año, a razón de \$ 350,00 mensuales. Si el arrendatario accede a la prestación, tendrá la siguiente situación.

Empresa A

Fecha	Detalle	Parcial	Debe	Haber
1-01-15	-01-			
	Arriendo Prepagado		\$ 4 200,00	
	Banco			\$ 4 200,00
	V/ Pago de arriendo anticipado.			
1-02-15	-02-			
	Gastos de arriendo		\$ 350,00	
	Arriendo Prepagado			\$ 350,00
	V/ Ajuste por arriendo del primer mes.			

Empresa B

Fecha	Detalle	Parcial	Debe	Haber
1-01-15	-01-			
	Caja		\$ 4 200,00	
	Arriendo Precobrado			\$ 4 200,00
	V/ Cobro de arriendo anticipado.			
1-02-15	-02-			
	Arriendo Precobrado		\$ 350,00	
	Arriendo Ganado			\$ 350,00
	V/ Ajuste por arriendo del primer mes.			

12.5.6. Ajustes por gastos y cuentas pendientes

Regularmente a los clientes habituales se les venden los bienes y servicios a créditos, sucede lo mismo cuando en calidad de clientes regulares adquirimos bienes y servicios que serán satisfechos (pagado a futuro).

Ejemplo

La empresa comercial "Y" necesita registrar el consumo de energía eléctrica, correspondiente al mes de octubre del 2015, pero no conoce el valor exacto del consumo. En este caso se hace referencia al consumo del mes de septiembre, en donde el valor de servicios fue de \$ 300,00, como el

consumo del mes de noviembre se intensificó debido a la extensión de horarios de atención, se estima que habría un incremento del 20%.

Fecha	Detalle	Parcial	Debe	Haber
01-11-15	-01-			
	Servicios Básicos		\$360,00	
	Cuentas por pagar			\$360,00
	V/Consumo de energía del mes de noviembre.			

La empresa que nos brinda la energía eléctrica, deberá reportar en su libro la cantidad exacta de su consumo (la empresa si conoce los Kilobyte consumidos) por la empresa X.

Fecha	Detalle	Parcial	Debe	Haber
01-11-15	-01-			
	Cuentas por cobrar		\$ 380,00	
	Servicios Prestados			\$ 380,00
	V/ Registro del consumo de energía del mes de noviembre.			

12.5.7. Ajustes por depreciación de activos fijos

Los activos fijos (edificios, maquinarias, muebles y otros), pierden su valor por el uso o por la obsolescencia disminu-

yendo su potencial de servicio.

La depreciación, es la asignación del costo de un activo de planta o activo fijo, durante los periodos en los cuales se reciben los servicios del activo.

Los porcentajes de depreciación de conformidad con el Art. 28 de la Ley de Régimen Tributario Interno son los siguientes:

Activos Fijos	Porcentajes	Años de vida útil
Inmuebles (excepto terrenos), naves, aeronaves o similares	5% anual	20 años
Vehículos, equipos de transporte y equipo caminero móvil	10% anual	5 años
Instalaciones, maquinarias, equipos y muebles	10 % anual	10 años
Equipos de cómputo y software	33% anual	3 años

En caso de obsolescencia, utilización intensiva, deterioro acelerado u otras razones debidamente justificadas, el respectivo Director Regional del SRI podrá autorizar depreciaciones en porcentajes anuales mayores a los indicados, los que serán fijados en la resolución que dictara para el efecto.

Métodos para calcular la depreciación

Los métodos para el cálculo de la depreciación más conocidos son:

- Método legal.
- Método de línea recta.
- Método de unidades de producción.
- Método acelerado.

En el tema ajustes por depreciación de activos fijos, se desarrolló de manera amplia los métodos de cálculo de la depreciación, se recomienda revisarlos.

Ejemplo

Se registra la depreciación del mes de septiembre, por la compra de un vehículo Toyota, por el valor de \$ 45 000,00 el día 7 del mismo mes.

$$\text{Depreciación} = \frac{\text{valor del bien} - \text{valor residual}}{\text{años de vida útil}}$$

$$\text{Depreciación} = \frac{\$ 45\,000 - \$ 9\,000}{5}$$

$$\text{Depreciación} = \frac{\$ 36\,000}{5}$$

$$\text{Depreciación anual} = \$ 7\,200$$

Cálculo de la depreciación del mes de septiembre

$$\$ 7\,200,00 \div 360 = 20$$

Cálculo de la depreciación del mes de septiembre

$$23 \cdot 20 = \$ 460,00$$

Fecha	Detalle	Parcial	Debe	Haber
30-09-15	-01-			
	Gastos de depreciación de vehículo		\$ 460,00	
	Depreciación acumulada de vehículo			\$ 460,00
	V/ Ajuste por depreciación acumulada de vehículo.			

12.5.8 Ajustes por provisión para posibles incobrables

Es una reserva que realiza la empresa para cubrir posibles cuentas incobrables. Esta reserva puede aumentar de acuerdo a las necesidades de la empresa, pero de acuerdo al Art. 10 de la ley de Régimen Tributario Interno, establece solamente el 1% anual, sin que la provisión acumulada pueda exceder del 10% de la cartera(cliente) total.

Ejemplo

El saldo de cuentas por cobrar en años anteriores es de \$120,00; de los créditos del presente ejercicio no existe aún posibilidad de incobrabilidad.

$$\text{Provisión Deducible} = \$ 120,00 * 1\%$$

$$\text{Provisión Deducible} = \$ 1,20$$

$$\text{Provisión No Deducible} = \$ 120,00 * 10\%$$

Provisión No Deducible = \$ 12 - \$ 1,20

Provisión No Deducible = \$ 10,80

Fecha	Detalle	Parcial	Debe	Haber
31-12-XX	-01-			
	Gasto Provisión Cuentas Incobrables		\$ 1,20	
	Provisión Cuentas Incobrables			\$ 1,20
	V/Ajuste por Provisión cuentas incobrables (Deducible).			
31-12-XX	-01-			
	Gasto Provisión Cuentas Incobrables		\$ 10,80	
	Provisión Cuentas Incobrables			\$ 10,80
	V/Ajuste por Provisión cuentas incobrables (No deducible).			

De acuerdo al art. 10 de la ley de Régimen Tributario Interno, para dar de baja a una cuenta incobrable se debe

primeramente ver que cumpla con los requisitos de: permanecer por lo menos 5 años en los registros, por muerte o insolvencia del deudor y que se haya prescrito toda acción legal de cobro. Si en algún caso las cuentas fueron canceladas y luego se recuperan se deberá reabrir la cuenta del cliente e inmediatamente realizar el cobro de la misma.

Fecha	Detalle	Parcial	Debe	Haber
XX-XX-XX	-01-			
	Gasto Provisión Cuentas Incobrables		\$ 120,00	
	Cuentas por cobrar			\$ 120,00
	V/ Por baja de un cliente			

12.5.9. Ajustes por amortización de activos diferidos

Toda empresa para constituirse legalmente realiza una serie de egresos o gastos denominados de organización y constitución, los mismos que para elevada cuantía pueden ser amortizados en cinco años a razón del 20 % anual, de acuerdo al art. 12 de la Ley de Régimen Tributario Interno. Estas amortizaciones se efectuarán en un período no menor de cinco años en porcentajes mensuales iguales.

Ejemplo

Se registra la amortización anual de los Gastos de Constitución que tienen un valor de \$3 500,00 y se amortizan en 5 años.

$$A = \$ 3\,500,00 \div 5$$

$$A = \$ 700,00$$

Fecha	Detalle	Parcial	Debe	Haber
XX-XX-XX	-01-			
	Gasto Amort. Gastos de Constitución		\$ 700,00	
	Amort. Acum. Gastos de Constitución			\$ 700,00
	V/Ajuste por Amortización Gastos Constitución			

Conclusiones

Hoy en día nos vemos en la necesidad de utilizar la contabilidad en circunstancias cruciales de nuestra vida, por ejemplo, al medir nuestros gastos familiares estamos haciendo un cálculo contable y de acuerdo a los resultados, tomaremos decisiones que permitan modificar aquellas fallas en nuestro sistema de ahorro.

Por otra parte, el mercado internacional, determina los productos y servicios que se consumen, cuyo valor se ve sujeto a un sinnúmero de impuestos que varían de acuerdo a la naturaleza de la transacción.

Es por eso que tener dominio básico de Matemática Financiera aplicada a la Contabilidad, permite afianzar conocimientos básicos que no solo serán necesarios para los especialistas en Contabilidad y Finanzas, sino también en el diario vivir, desarrollando la capacidad integral de poder reducir el pago de impuestos, entre otras ventajas como el manejo de las finanzas o la posibilidad de iniciar un pequeño negocio.

Referencias bibliográficas

Aching, C. (2006). Matemática Financiera para la toma de decisiones empresariales.

Armando Mora Zambrano (2010), Matemática Financiera. Tercera edición. Alfa omega Colombiana S.A.

Ayres, Frank Jr./Matemática Financiera/ Segunda edición/ 2001

Dávalos N. 1981. Enciclopedia Básica de Administración, Contabilidad y Auditoría

Eslava, María & Velasco, José (1997) Introducción a las Matemáticas Universitarias. Colombia. Editorial Mc. Graw Hill.

I Grácia, P. S. (1996). Matemática financiera:(con ejercicios resueltos). Gestión 2000

Gálvez, L. F. P. (2015). Necesidad de conceptos básicos para investigar en Matemática Financiera. Scientia et Technica, 20(1).

Gutiérrez C., Jairo, (2012), Matemáticas Financiera Con Fórmulas, Calculadora Financiera Y Excel, Bogotá, Eco Ediciones.

Luque Domínguez, E. J., García Lopera, F. M., & Rodríguez Díaz, B. (2014). Sistema educativo, ética y crisis.

Maex, E. (2007). Mindfulness: apprivoiser le stress par la

pleine conscience. De Boeck.

Morales, Carlos, (2012), “Matemática Financiera”, Editorial propia, Medellín-Colombia.

Moscoso Jenny, Jaramillo Fernando & Correa Jaime, Módulo de Matemática Financiera. Revisado de: <http://www.funlam.edu.co/administracion.modulo/NIVEL04/MatematicaFinanciera.pdf>

Navarro C., Diego, Curso sobre Matemática Financiera, Consultado de: <http://www.virtual.unal.edu.co/cursos/sedes/manizales/4010045/Lecciones/Cap%207/SGUAC.htm>

Pardinas, F. (1989). Metodología y técnicas de investigación en ciencias sociales. Siglo XXI.

Portus, L. (1997). Matemática Financiera, 4ta edición. Colombia: Santa Fe de Bogotá.

Ramírez, Carlos; Molinares & García, Milton; (2009), Fundamentos de Matemáticas Financieras.

Santandreu, P. (2002). Matemática Financiera con ejercicios resueltos. España: Ediciones Gestión 2000, S.A.