LA MATEMÁTICA FINANCIERA

y Estadística aplicada

a los Recursos Naturales

Andrea Damaris Hernández Allauca

Tatiana Paola Zambrano Valverde

Flor María Quinchuela Pozo

Ana Carola Flores Mancheno

CASA EDITORA DEL POLO

Matemática Financiera y Estadística aplicada a los Recursos Naturales

Andrea Damaris Hernández-Allauca

Docente de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, Riobamba, Ecuador

Tatiana Paola Zambrano-Valverde

Docente de la Universidad Técnica de Ambato, Ambato, Ecuador

Flor María Quinchuela-Pozo

Docente de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, Riobamba, Ecuador

Ana Carola Flores-Mancheno

Docente de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, Riobamba, Ecuador

Casa Editora del Polo – CASEDELPO CIA. LTDA.

Departamento de Edición

Editado y distribuido por:
© Casa Editora del Polo
Sello Editorial: 978-9942-816

Manta, Manabí, Ecuador. 2019
Teléfono: (05) 605775 / 0991871420
Web: www.casadelpo.com

ISBN: 978-9942-621-28-3
© Primera edición
© Abril– 2023

Impreso en Ecuador

Revisión, Ortografía y Redacción:
Lic. Jessica Mero Vélez

Diseño de Portada:
MLchael Josué Suárez–Espinar

Diagramación:
Ing. Edwin Alejandro Delgado–Veliz

Director Editorial:
Dra. Tibisay Milene Lamus-García

Constancia de Arbitraje

La Casa Editora del Polo, hace constar que este libro proviene de una investigación realizada por los autores, siendo sometido a un arbitraje bajo el sistema de doble ciego (peer review), de contenido y forma por jurados especialistas. Además, se realizó una revisión del enfoque, paradigma y método investigativo; desde la matriz epistémica asumida por los autores, aplicándose las normas APA, Sexta Edición, proceso de anti plagio en línea Plagiarisma, garantizándose así la cientificidad de la obra.

CONTENIDO	

PROLOGO

Los directivos de empresas e inversionistas, utilizan la información económica – financiera es procesada con métodos e instrumentos de la matemáticas financieras y la estadística aplicada en la administración financiera de empresas y en la toma de decisiones de inversión

Las noticias económicas y financieras lo invaden todo. Casi todos los días se publican hechos y cifras de uno u otro indicador financiero: tasa de interés, el volumen de créditos personales, las ventas al por menor, la producción industrial, las necesidades financieras del sector público, el mecanismo de tipos de cambio, el nivel de paro, la tasa de inflación, la balanza de pagos, etc.

Algunos medios especializados publican periódicamente las tendencias más recientes de las economías nacionales e internacionales. Pero ¿Cómo se genera esta información, como se procesa, que profesionales, que métodos, que instrumentos y otros, se requieren para producir esta información? Estas son las preguntas a las que da respuestas el presente libro. Este aspira a enseñarnos que hay tras los indicadores económicos: como se generan, como se elaboran, como se procesan, que disciplinas científicas aportan sus conocimientos y métodos en su obtención y estudio.

Entre estas disciplinas ocupan un lugar destacado las matemáticas financieras y la estadística aplicada. Los contenidos desarrollados en este libro nos enseñan que las matemáticas financieras son indispensables para el cálculo de los índices, y que la estadística aplicada es indispensable para la organización, tabulación, traficación, y proyección de las tendencias de estos indicadores.

La información económica generada con los métodos e instrumentos de la matemática financiera es organizada, tabulada, graficada y proyectada por la estadística aplicada; facilitándole a los directivos de empresas e inversionista, la predicción del rumbo de la economía y la toma de decisiones.

Las estadísticas de indicadores económicos y financieros pueden influir poderosamente en las expectativas de las personas, de las empresas y en los mercados financieros. Si el lector comprende cómo se elaboran y procesan, estos indicadores y estadísticas; estarán en mejores condiciones de interpretarlos y apoyarse en ellos para la toma de decisiones de inversión y financiamiento.

Dr. Jorge C. Acosta G.
Prof. Titular de la Catedra Administración Financiera
Universidad del Zulia - Venezuela

INTRODUCCIÓN.

Las variables (tasa de interés, intereses totales, entre otras) cálculos de las matemáticas financieras se encuentran hasta el más cotidiano aspecto de la vida diaria de todas las personas (naturales y jurídicas), por ello es importante conocer cómo opera la misma: sus propósitos, sus variables, sus métodos y aplicaciones, sus análisis e interpretaciones de resultado, entre otros. Además, es importante conocer con que disciplinas se relaciona sinérgicamente para intercambiar y completar sobre el comportamiento de las variables económica – financiera que afectan a personas (naturales y jurídicas) y gobierno en cualquier sociedad. Entre las disciplinas o materias con las que se relaciona las matemáticas financieras podemos mencionar las siguientes: administración financiera, estadísticas, entre otras.

La complementariedad entre las matemáticas financieras y la estadística aplicada es muy importante para la administración y dirección de las economías de los particulares, de las empresas (públicas, privadas y mixtas), de los gobiernos, entre otros. Pues, al desarrollar la metodología de la estadística aplicado a los resultados que arrojen las variables económicas financieras: tasa de interés (i), tasa de inflación (i_f), índices de precios (I_p), producto interno bruto (PIB), entre otros. Se pueden proyectar las tendencias futuras y su valores esperando; facilitando la toma de decisiones económicas – financieras a las personas naturales (ciudadanos), a los directivos de empresas (públicas, privadas y mixtas) a inversionista, a gobiernos, entre otros, orientados al desarrollo, crecimiento y bienestar del ente correspondiente. Cuyo valor agregado es el desarrollo y bienestar de la sociedad en general.

Para un conocimiento básico de las matemáticas financieras y sus implicaciones en la estadística aplicada, nos guiaremos en este texto la siguiente ruta de estudio las matemáticas financieras y sus implicaciones en la estadística aplicada. Con el propósito de consolidar un conocimiento básico de las matemáticas financieras y sus implicaciones en la estadística aplicada, en el desarrollo del texto nos guiaremos por la siguiente ruta estudio:

En el capítulo I: Presentamos para su estudio, a manera de repaso los conocimientos básicos de la matemática en general, necesarios para el estudio de las matemáticas financieras.

En el capítulo II: Estudiaremos los conceptos básicos de las matemáticas financieras, del cálculo financiero, y de los sistemas financieros de capitalización de intereses.

En el capítulo III: Estudiaremos la ley financiera o régimen financiero (formulas) y sus aplicaciones en el cálculo financiero en los sistemas financieros de capitalización de interés simple y compuesto. Al final de este capítulo, a manera de ejemplo, se plantean una serie de ejercicios resueltos, y se complementan, para la práctica, con una serie d ejercicios propuestos.

En el capítulo IV: Estudiaremos, las rentas o series de pago iguales en el sistema financiero de capitalización compuesta, instrumentalizando los cálculos del valor actual o presente (VP), y el valor final (VF), de una serie de pagos iguales en el tiempo. Además, estudiaremos en este capítulo el cuadro de amortización de una renta o cuadro de cancelación de un adeuda mediante pagos iguales periódicos. Al final del capítulo se plantean una serie de ejercicios resueltos, y se complementan para la práctica, con una serie de ejercicios propuestos.

En el capítulo V: Presentamos para su estudio, los conocimientos básicos de la estadística aplicada, en escenarios de la práctica comercial, y, cerraremos el capítulo presentando ejemplo o casos de matemáticas financieras (el cálculo financiero: indicadores) y sus implicaciones en la estadística aplicada.

En el ánimo de que este trabajo sea útil y provechoso para estudiantes, profesionales, y público en general. Agradezco de antemano las observaciones y recomendaciones, a quien tenga a bien hacérmela, pues, me serán útil para futuras observaciones y mejoras

CAPÍTULO I.

CONCEPTOS MATEMÁTICOS DE FRECUENTE APLICACIÓN EN EL ESTUDIO DE LAS MATEMÁTICAS FINANCIERAS.

Las matemáticas financieras son una subrama de la extensa de las matemáticas aplicadas y por eso requiere del estudiante los conocimientos que ha aculado en sus diferentes niveles de estudio de las matemáticas. En este capítulo se presentan en forma resumid, a manera de repaso, los conceptos matemáticos de frecuente aplicación en el estudio de matemáticas financieras.

1.1. Aproximaciones.

Para las operaciones conocidas con el nombre de “redondeo” se aplica la “regla del computador” que dice. Cualquier decimal que desee aproximarse hasta cierto número de cifras convencionalmente fijado, debe:

a- Incrementarse en una unidad el último digito fijado, si los que siguen exceden al valor de 500…

b- No cambiar el último dígito, si los que siguen son menores que el valor 500…

c- Si los dígitos que siguen al último que siguen al último fijado son exactamente el valor 5 y el último es impar, incrementarse en una unidad.

Ejemplos: Redondear a 4 decimales.

1- 3,5614326.

Respuesta: 3,5614

2- 7,6166501.

Respuesta: 7,6167

3- 0,751450.

Respuesta: 0,7514

1.2. Operaciones con decimales utilizando potencias de 10.

Rememorando los conocimientos adquiridos en el estudio de las operaciones con potencias, sabemos que:

$$\frac{1}{10} = 10^{-1} = 0,1$$

$$\frac{1}{100} = 10^{-2} = 0.01$$

$$\frac{1}{100} = 10^{-3} = 0,001$$

…………………………
………………………..
………………………..

$$\frac{1}{1000\ldots0} = 10^{n} = 0,000\ldots01$$

Así:

$$0,43712 = 43.712 * 10^{-5}$$
$$432,6725 = 4.326.725 * 10^{-4}$$

Productos de decimales, utilizando potencias de 10

$$\begin{aligned} 0,326 * 6,37 &= 326 * 10^{-3} * 10^{-2} \\ &= 326 * 637 * 10^{-3 \div (-2)} \\ &= 207\ 662 * 10^{-5} \\ &= 2,07662 \end{aligned}$$

División entre decimales, utilizando potencias de 10

$$\begin{aligned} 30,3267 \div 2,61 &= (303\ 267 * 10^{-4}) \div (261 * 10^{-2)} \\ &= (303\ 267 \div 261) * (10^{-4 - (-2)} \\ &= (303\ 267 \div 261) * 10^{-4 + 2} \\ &= 1\ 161,94 * 10^{-2} = 11,6194 \end{aligned}$$

Al efectuar operaciones con decimales cada persona utiliza siglas a las cuales se ha acostumbrado, desde que estudio aritmética elemental y es natural que no desea cambiarla. Esta forma de operar, utilizando potencias de 10, es muy útil incluso cuando se opera con máquinas de calcular sin punto decimal. El lector debe comparar este sistema con el que acostumbra a utilizar y sacar sus propias conclusiones.

1.3.Tablas con factores enteros.

Es común encontrar tablas financieras que expresan los factores con números enteros y señalan potencia de 10 que afectan los valores. Por ejemplo:

Factor	10^{-5}
342678	
832423	

Significa $342678 * 10^{-5} = 3{,}42678$
$832423 * 10^{-5} = 8{,}32423$

Para el cálculo conviene separar las diferentes potencias de 10 que intervengan y opera con ellas por separado. Por ejemplo.

Si el factor 342678 del ejemplo anterior debe multiplicarse por 25 000. Lo práctico es escribir:
$(25\ 000)8342678)(10^{-5}) = (25)(10^{-3})(342678)(10^{-5})$
$= (25)(342678)(10^{-3})\ (10^{-5})$
$= (8566950)(10^{3-5})$
$= (8566950)(10^{-2})$

1.4.Reglas de operación con fracciones comunes.

Regla 1. El valor de una fracción no se latera si tanto el numerador como el denominador se multiplican o dividen por un mismo número diferente a cero.

Ejemplo:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{3} = \frac{4}{12} \quad \text{y} \quad \frac{8}{20} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

De acuerdo con la regla 1, dos o más fracciones cualesquiera pueden ser expresada con el mismo denominador; por ejemplo: $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$ y $\frac{3}{10}$ pueden se escritas como $\frac{10}{30}$, $\frac{12}{30}$ y $\frac{9}{30}$ o como $\frac{20}{60}$, $\frac{24}{60}$ y $\frac{18}{60}$, etc., de donde $\frac{3}{10} < \frac{1}{3} < \frac{2}{5}$ ya que $\frac{9}{30} < \frac{10}{30} < \frac{12}{30}$

Al sumar y restar fracciones es necesario expresar las distintas fracciones con el mismo denominador. De los muchos denominadores que pueden ser usados, siempre existe uno menor que todos llamamos mínimo común denominador. En el ejemplo anterior, 30 es el mínimo común denominador.

Regla 2. La suma (o diferencia) de dos fracciones, expresadas con el mismo denominador, es una fracción cuyo denominador es el denominador común y cuyo numerador es la suma (o diferencia) de los numeradores. Por ejemplo:

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{4} = \frac{12}{20} + \frac{2}{20} = \frac{12+5}{20} = \frac{17}{20}$$

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{2} - \frac{5}{4} = \frac{8}{12} + \frac{18}{12} - \frac{15}{12} = \frac{8+18-15}{12} = \frac{11}{12}$$

Regla 3. El producto de o más fracciones es una fracción cuyo numerador es el producto de los numeradores y cuyo denominador es el producto de los denominadores de las distintas fracciones. Por ejemplo:

$$\frac{2}{3} * \frac{5}{4} * \frac{9}{10} = \frac{2 * 5 * 9}{3 * 4 * 10} = \frac{3}{4}$$

Regla 4. El cociente de dos fracciones puede ser evaluado mediante la aplicación de la regla 1. Utilizando el mínimo común denominador de las fracciones como multiplicando. Por ejemplo:

$$\frac{22}{7} \div \frac{12}{5} = 35 * \frac{22}{7} \div 35 * \frac{12}{5} = \frac{5 * 22}{7 * 12} = \frac{5 * 11}{7 * 6} = \frac{55}{42}$$

1.5. Proporción

Una proporción es la igualdad de dos razones.

Si $\frac{a}{b} = q$ y $\frac{c}{d} = q$ entonces $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

Que se lee a es a b como c e a d; puede escribirse también, a ÷ b = c ÷ d, a y c son los antecedentes, y b y d los consecuentes de la proporción.

Desde hace mucho tiempo, se acostumbra llamar *extremos* al antecedente de la primera razón y el consecuente de la segunda razón, y medios al consecuente de la primera razón y el antecedente de la segunda razón.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$ Extremos: a y d
Medios: b y c

Multiplicando ambos miembros por bd, se tiene ad = bc.

Teorema: en toda proporción el producto de los medios es igual al producto de los extremos.

1.5.1. Por Ciento

El tanto por ciento es una proporcionalidad que se establece con relación a cada 100 unidades. Se expresa con el símbolo %.

Ejemplo: Si con una inversión de $5000 se obtiene un rendimiento de $300, ¿qué rendimiento corresponde a cada $100 de inversión? Se establece la proporción:

$$\frac{5000}{300} = \frac{100}{x}$$

$5000x = 30\,000$ (prod. de medios = prod. de extremos)

$$x = \frac{30\,000}{5000}$$

x = 6 por cada 100 lo que se escribe x = 6%

Problemas Resueltos.

1. Efectuar las operaciones indicadas:

   a) 7 + (- 3) +2 – (- 4) = 7 – 3 + 2 + 4 = 10

   b) 5 – (- 2) + 0 – 4 = 5 + 2 – 4 = 3

   c) 7 (- 2)(5) = - (7 * 2 * 5) = 70

   d) 6 (- 3)(4)(-2) = +(6 * 3* 4 * 2) = 144

2. Efectuar las operaciones indicadas y simplificar.

   a) $\frac{3}{4} + \frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{9}{12} + \frac{8}{12} + \frac{6}{12} = \frac{9+8+6}{12} = \frac{22}{12}$

   b) $12\frac{2}{5} - 7\frac{1}{3} + 5\frac{5}{6} = \frac{62}{5} - \frac{22}{3} + \frac{35}{6} = \frac{372+220+175}{30} = \frac{327}{30} = \frac{100}{10}$

   c) $\frac{2}{3} * \frac{5}{4} * \frac{6}{7} = \frac{2 * 5 * 6}{3 * 4 * 7} = \frac{5}{7}$

   d) $\frac{2}{5} \div \frac{3}{10} = \left(10 * \frac{2}{5}\right) \div \left(10 * \frac{3}{10}\right) = 4 \div 3 = \frac{4}{3}$

3. Escribir el equivalente en forma decimal, aproximado a dos cifras:

   a) $17/8$, b) $175/8$, c) $3245/152$

Respuestas: efectuamos la división con 3 cifras decimales y redondeamos el resultado a 2 cifras decimales.

a) $\frac{17}{8} = 2{,}125$ exactamente o 2.12

b) $\frac{175}{8} = 21{,}875$ exatamente o 21, 88

c) $\frac{3245}{152} = 21{,}348$ � 2135

4. Qué porciento de:

a) 40 es 20 R- $\frac{20}{40} = \frac{1}{2} = 50\%$

b) 31 es 620 R. $\frac{620}{31} = 20 = 2000\%$

c) \$2500 es \$137,50 R. $\frac{137{,}50}{2500} = 0{,}055 = 5\,\frac{1}{2}\%$

Problemas Propuestos,

1. Efectuar las operaciones indicadas.
   a) 5 + (- 3)
   b) 6 – (- 2)
   c) – 8 + (- 6)
   d) – 10 – (- 4)
   e) 5 (0)
   f) (- 8)(- 100)
   g) (- 8)(- 10)(- 5)
   h) 15 ÷ (- 5)
   i) – 30 ÷ (- 3).
2. Efectuar las operaciones indicadas,
   a) $\frac{3}{8} + \frac{2}{3} + \frac{7}{12}$
   b) $2 - \frac{3}{4} - \frac{7}{8}$
   c) $9\frac{1}{4} - 2\frac{8}{6} - 3\frac{1}{2}$
   d) $\frac{5}{3} * \frac{3}{4} * \frac{6}{7}$
   e) $4\frac{1}{4} * 2\frac{1}{2} * 5\frac{1}{4}$
   f) $\frac{4}{9} \div \frac{8}{27}$
   g) $\frac{\cancel{3\ \ 4}-2}{\cancel{1\ \ 5}+3}$
3. Expresar cada una de las siguientes cantidades en porcentajes:

a) 0.05

b) 0.055

c) 0.082

d) 0.76375

e) 0.54545

f) 1.2575

g) 2.3785

h) 1/5

i) 5/8

j) 17.25

4. Expresar cada uno de los siguientes porcentajes como fracciones decimales:

a) 4%

b) 62%

c) 0.5%

d) 0.75%

e) $\frac{1}{4}$%

f) $\frac{3}{8}$%

g) $1\frac{3}{4}$%

h) $87\frac{1}{2}$

i) $2\frac{1}{8}$%

j) 127.5%

5. Resuelve:

a) ¿Dé que número es 9 el 20%?

b) ¿Dé que número es 9 el $12\frac{1}{2}$%?

c) ¿Dé que cantidad es $5400 el 2%?

d) ¿Dé que cantidad es $2000 el $6\frac{1}{4}$%?

e) ¿Dé que cantidad es $183.75 el $3\frac{1}{2}$%?

f) ¿Dé que cantidad es 275.10 el $5\frac{1}{4}$%?

6. Resuelve.
   a) En cierto estado se ha implementado un impuesto del 4% sobre le importe de las ventas. Encontrar el impuesto sobre un automóvil facturado en $3500.
      Resp: % $140
   b) Sobre la venta de cierto articulo existe un impuesto de 10% y una vez que este impuesto ha sido cargado se aplica otro impuesto del 4% sobre el total. Si un artículo está marcado en $250, ¿Cuánto tendrá el comprador que paga por él?
      Resp: $286.

1.6. Logaritmos

Las tablas de logaritmos permiten efectuar las multiplicaciones, divisiones, potenciaciones y radicaciones, con rapidez. En la actualidad estamos en la era de la calculadora, y, con su advenimiento, ha caído en desuso la regla de cálculo después de un reinado de tres siglos. Los modelos de máquina de calcular son muy diversos, incluso las hay con funciones específicas para aplicaciones financieras, los diseños de las calculadoras han evolucionado continuamente, por esto resultaría una pretensión inútil de explicar la forma de utilizar alguna de ellas. Se puede decir que es una herramienta indispensable para quien pretenda trabajar en el área de las matemáticas financieras, el primer paso a seguir será seleccionar una buena y adecuada calculadora y lograr un planeo conocimiento sobre su manejo y funcionamiento.

En este sentido un logaritmo, es el exponente *y* que debe elevarse el número *a* para obtener un número *x* se llama logaritmo de *x* en base *a*.

$y = \log$� � $x > 0$, $a \neq 1$, $a > 0$ Las

dos expresiones: y = $\log$� � y $x = a^y$, son equivalentes.

1.6.1. Propiedades generales de los logaritmos.

Las propiedades de la función logarítmica se desprenden de la función exponencial.

1. La función logarítmica es 0 para *x = 1*,

   $\log$� $1 = 0.$

2. El logaritmo de una cantidad igual a la base es 1,

$$\log_{\square} \square = 1$$

3. El logaritmo de un producto es igual a la suma de los logaritmos de los factores,

$$\log_{\square} \square\square\square = \log_{\square} \square + \log_{\square} \square + \log_{\square} \square$$

4. El logaritmo del cociente de dos cantidades es igual al logaritmo del dividendo, menos el logaritmo del divisor,

$$\log_{\square} \frac{\square}{\square} = \log_{\square} \square - \log_{\square} \square$$

5. El logaritmo de una potencia de una cantidad es igual al exponente multiplicado por el logaritmo dela cantidad,

$$\log_{\square} \square^{\square} = n\log_{\square} \square$$

Como casos particulares de esta propiedad, se tiene.

6. El logaritmo de una potencia de la base es igual al exponente,

$$\log_{\square} \square^{\square} = \square$$

7. El logaritmo de un radical es igual al cociente entre el logaritmo de la cantidad subradical y el índice.

$$\log_{\square} \sqrt[\square]{\square} = \frac{1}{\square} \log_{\square} \square$$

1.6.2. Propiedades de logaritmo en base a 10.

Las propiedades de los logaritmos en base a 10 son un caso particular de las leyes generales y conviene repetirlas para la base 10 en razón de sus aplicaciones $\log_{10} \square$ se escribe $\log \square$, sin indicar la base.

1. El logaritmo de 10 es igual a la unidad,

$$\log 10 = 1$$

2. El logaritmo de una potencia de 10 tiene tantas unidades, como ceros tenga su potencia,

$$\log 100 = 2 \qquad \log 10\,0000 = 4$$

Mantisa: es la parte decimal del logaritmo de un número, el valor de las mantisas se encuentran en las tablas de logaritmos. En los cálculos, se utilizan únicamente mantisas positivas.

Característica: es la parte entera del logaritmo de un número.

Reglas para calcular la característica: la característica del logaritmo de un número tiene tantas unidades, como cifras enteras tenga el número menos 1. Si el número sólo ofrece decimales, la característica de su logaritmo tiene tantos números negativos, como ceros tenga el número antes de la primera cifra significativa (contando el cero puesto en la parte entera). Los números que tienen las mismas cifras significativas tienen la misma mantisa y difieren sólo en la característica.

$$\log 234\,000 = 5{,}3692$$
$$\log 23\,400 = 4{,}3692$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\log 2{,}34 = 0{,}3692$$
$$\log 0{,}234 = -1 + 0{,}3692 = \bar{1}{,}3692$$
$$\log 0{,}0234 = -2 + 0{,}3692 = \bar{2}{,}3692$$
$$\log 0{,}00234 = -3 + 0{,}3692 = \bar{3}{,}3692$$

Problemas Propuestos

1. Simplificar:

   a) $\square^5 * \square^7$ e) $\frac{\square^5}{\square^8}$

   b) $\square^8 * \square^5$ f) $\frac{\square^4 * \square^8}{\square^5}$

   c) $\square^3 * \square^4 * \square^5$ g) $(\square^2)^9$

   d) $\alpha * \square^5 * \alpha$ h) $\left(\frac{1}{\square^2}\right)^5$

2. Aproximar, con 4 decimales.

   a) $(1{,}03)^{10}$ b) $(1{,}0075)^{20}$ c) $(1{,}02)^{-8}$ d) $(1{,}0005)^{-25}$

3. Encontrar el logaritmo.

   a) 2584 f) 0.00795 k) 0.44644

   b) 75.96 g) 350.36 l) 0.052801

c) 6.29 h) 76.802 m) 0.0024763

d) 0.3564 i) 54535 n) 1.0258

e) 0.0186 j) 1.0055 o) 1. 008846

4. Encontrar *N*, si:

a) $\log N = 0.361917$ e) $\log N = 9.835900 - 10$

b) $\log N = 2.856684$ f) $\log N = 7.801712 - 10$

c) $\log N = 1.788695$ g) $\log N = 8.240962 - 10$

d) $\log N = 3.856934$ h) $\log N = 6.009949 - 10$

5. Resolver para *N*,

a) $(1,05)^n = 2$

b) $(1,03)^n = 1.8426$

c) $275(1,05)^n = 440.28$

d) $(1.0125)^{-n} = 0,67532$

1.7 Progresiones.

Es una sucesión finita de números llamados términos, en la que cualquiera de ellos difiere de la anterior en una cantidad fija d, denominada incremento o diferencia, por ejemplo: 6 , 11 , 16 , 21, 26, 31.

Serie es una suma de infinitos términos ligados por alguna ley de formación. Una serie aritmética es aquella en la que cada término difiere del anterior, es una cantidad fija.

Si designamos por *a*el primer término, por *d* la diferencia constante y por el *n* el número de términos, la progresión que se genera es de la forma : *a, a + da + 2d, a +3d,….* *a + (n – 1) d.*

El último ó n- ésimo término acostumbra a designarse por u su expresión en función del primer término, el número de términos y la diferencia común es dada por:

$$\boxed{u = a + (n-1)d}$$

Suma de los términos de una progresión aritmética, sea la progresión:

$a, a + d, a + 2d, a + 3d, \ldots, a + (n - 3d), a + (n-2)d, a + (n-1)d$

Su suma *S* es:

$S = a + (\square + \square) + (\square + 2\square) + (\square + 3\square) + \ldots.. + [\square + (\square - 3)\square] + [\square + (\square - 1)\square]$ Escribiendo la misma progresión, invirtiendo el orden de los términos y sumando las dos iguales se demuestra que:

$$S = \square \frac{[2\square + (\square - 1)\square]}{2}$$

Esta fórmula da valor de *S* en función del primer término, el número de término y la diferencia constante.

Si en la expresión $2a + (\square - 1)^{d} = a + a + (\square - 1)^{d}$, se reemplaza $a + (\square - 1)^{d}$ por *u* (último término) se tiene:

$$\square = \frac{\square(\square + \square)}{2} = \square = \frac{(\square + \square)}{2}$$

La suma de los términos de una progresión aritmética es igual a *n* veces la media aritmética de los términos primero y último, siendo *n* el número de términos.

1.8. Progresión Geométrica.

Es una sucesión finita de números llamados términos, en la que el cociente o razón entre dos términos sucesivos es constantes. Si designamos por *a* el primer término, por *r* la razón entre un término y el que le antecede y por *n* el número de términos, la progresión que se genera es de la forma:

$$a, a^{r,} ar^2, ar^3, \ldots \ldots\ldots\ldots\ldots ar^{n-3}, ar^{n-2}, ar^{n-1}$$

El último ó é-nesimo término acostumbra o designarse por *u*

$$u = ar^{n-1}$$

En una progresión geométrica, la razón queda determina por la relación:

$$\square = \frac{\square_{\square+1}}{\square_{\square}}$$

(k es un número natural que indica el orden de cualquier término)

1.8.1. Suma de los términos de una progresión geométrica.

Sea la progresión:

$$a, a^{r,} ar^2, ar^3, \ldots \ldots\ldots\ldots\ldots ar^{n-3}, ar^{n-2}, ar^{n-1,}$$

Su suma es:

$$S = a + a^r + ar^2 + ar^3 + , \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots ar^{n-3} + , ar^{n-2} + , ar^{n-1},$$

$$S = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

Que expresa la suma de los términos de una progresión geométrica, en función de: el primer término *a*, la razón *r* y el número de términos.

Progresiones geométricas crecientes y decrecientes: si la razón es positiva menos que 1, la progresión que se genera es decreciente. Se llama así, porque cada término es un valor absoluto, menor que le antecede. Si *r* es mayor que 1,los términos de la progresión crecen infinitivamente, generando una regresión creciente.

Ejemplo 1:

$$a = 12$$
$$r = \frac{1}{3}$$
$$n = 4$$
$$12, 4, \frac{4}{3}, \frac{4}{9},$$

Ejemplo 2:

$$a = 3$$
$$r = 2$$
$$n = 4$$
$$3, 6, 12, 34$$

Serie geométrica: la suma de los términos de una sucesión geométrica de términos decrecientes tiene a un límite.

$$\lim_{n \to +\infty} S = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \quad \text{para } 0 < r < 1$$

$$\lim_{n \to +\infty} S = \frac{a(0 - 1)}{r - 1} = \frac{a}{1 - r}$$

Ejemplo: sea la serie

$$S = 50 + 25 + 5 + 1 + \frac{1}{5} + \ldots$$

$$\lim_{n \to +\infty} S = \frac{a}{1 - r} = 1 - \frac{1}{5} = 62,5$$

Problemas resueltos.

1. Calcular el $15_{0.}$ Término y la suma de los primeros 15 términos de la progresión aritmética 2, 5, 8, 11, 14, ………

   a = 2, d = 3, n = 15, por lo cual.

   $l = a + (n-1)d = 2 + 14(3) = 44$ y $a = \frac{n}{2}(a + l) = \frac{15}{2}(2 + 44) = 345$

2. Encontrar $8_{0.}$ Termino y la suma de los 8 primeros términos de la progresión geométrica 1, 3, 9, 27,…….

   a = 1, r = 3, n= 8; por tanto.

   $l = ar^{n-1} = (1)(3)^7 = 2187$ y $8 = \frac{rl-a}{r-1} = \frac{3(2187)-1}{3-1} = 3280$

CAPÍTULO II

LAS MATEMÁTICAS FINANCIERAS Y EL CÁLCULO FINANCIERO

2.1. Las Matemáticas Financieras.

2.1.1. Definición.

Disciplina que comprende el estudio analítico y sistemático, desde el punto de vista cuantitativo, de las denominadas operaciones financieras ciertas, como capitalización de descuento o actualización.

2.1.2. Importancia las Matemáticas Financieras.

Las operaciones financieras como hechos económicos pueden ser de naturaleza muy variadas: créditos, adquisición de acciones comunes, inversión de proyectos. La mayoría de las operaciones corresponden a los mercados financieros, aún existen algunas operaciones que son analizados con los métodos de matemáticas financiera y que no corresponden a estos mercados, este es el caso de los estudios de factibilidad de los proyectos de inversión, o cuando se analiza la convivencia de remplazar una maquina en una empresa, entre otros.

Tiene dos grandes áreas de aplicación.

1. En las operaciones que se realizan en los mercados financieros, nacional e internacionales: préstamos bancarios, colocaciones en cuentas de ahorro en ahorros a plazos, compraventa de acciones comunes y de bonos, descuento y redescuento de documentos de crédito, arrendamientos financieros, entre otros.
2. En la administración financiera empresarial, pues, el cálculo financiero constituye el fundamento analítico de la toma de decisiones sobre inversión y financiamiento en la gestión empresarial.

Además, el cálculo financiero también se aplica entre otros campos, ejemplo: prestamos de las cajas de ahorro y en el financiamiento de las compra – venta a plazos de bienes y servicios.

2.2. El Cálculo Financiero.

2.2.1. Definición.

Es la aplicación de diversos métodos de análisis matemático en la resolución de las operaciones financieras.

2.2.2. Elementos del Calculo Financiero.

- Valor del Dinero en el Tiempo: el dinero cambia su valor entre dos momentos distintos en la dimensión del tiempo, por dos razones fundamentales. Una es económica: la inflación, y, la otra es financiera: las tasas de interés.
  Desde las matemáticas financieras el concepto del valor del dinero en tiempo surge para estudiar de qué manera el valor o suma dinero en el presente, se convierte en otra cantidad el día de mañana, un mes después o al año después. Esta transferencia o cambio del valor del dinero en el tiempo es producto de la agregación o influenciade la tasa de interés, la cual constituye el precio que la empresa o persona debe pagarpor dispones de cierta suma de dinero, en el presente, para devolver una suma mayoren el futuro, o la inversión en presente compensará en el futuro una cantidad adicionalen la invertida.
  De allí que, hablar del valor agregado dl dinero en el tiempo, implica hablar de tasas de interés anualizadas, nominales, reales y efectivas de periodos, de las fechas en las que se dan los movimientos de dinero y de la de estos movimientos iniciándose siempre con un valor presente para llegar a un valor futuro. El primero (VP) se refiere a la cantidad de dinero que será invertida o tomada en préstamos al principio de un periodo determinado, y el segundo (VF), se refiere a la cantidad de dinero que será obtenida por el inversionista o pagada por el solicitante en una fecha futura al final del plazo.
- Capital Económico: todos los recursos que intervienen en la producción de bienes y servicios y se consumen o se transforman en el proceso: materia prima, insumos, instalaciones y equipos.

- Capital Financiero: dinero colocado en operaciones financieras, es decir, operaciones redituables de intercambio intertemporal de dinero por dinero.
- Relación entre el Capital Económico y el Capital Financiero: las empresas requieren capital económico para operar, entonces solicitan a los intermediarios financieros, capital financiero para adquirir capital económico; en el ciclo económico el capital económico se convierte en dinero que retribuye al capital económico y al capital financiero y en esta sinergia ambos crecen y contribuyen al desarrollo social y económico de la sociedad.
- Operación Financiera: una operación financiera es aquella en la que dos sujetos económicos intercambian capitales en tiempos distintos, de tal manera que el sujeto que cede el capital adquiere el carácter de acreedor del otro, que actúa como deudor, y los valores de los capitales intercambiados deben ser equivalentes en cada momento del tiempo.

Son muy variadas, y se realizan continuamente en el mundo de las finanzas. Ejemplos de operaciones financieras serían.

- Compra o crédito de un bien que recibimos firmando un conjunto de letras pagaderas en distintos momentos de tiempo.
- Un depósito de dinero a plazo.
- Una cuenta corriente.
- Una letra de ahorro
- El préstamo concebido por un banco a un cliente.
- Un plan de pensiones.

En todas ellas, se pueden identificar las dos magnitudes a las que se ha hecho referencia, los capitales que se entregan y se devuelven, y el tiempo que media entre las distintas aportaciones y devoluciones. La aportación de capitales en una operación financiera se denomina “prestación”, y el sujeto económico que la realiza adquiere la condición de acreedor, la devolución de capitales se ha denominado “contraprestación” y el sujeto económico que la debe realizar adquiere la condición de deudor.

- Variables que Intervienen en una Operación Financiera. Las variables o parámetros que intervienen en cualquier operación financiera, fundamentalmente son cinco:
    - VP ó C_o.

      Momento inicial de la operación.

      Capital inicial de la operación.

      Valor presente de la operación.

      Valor actual de la operación.
    - VF ó C_n.

      Monto final de la operación.

      Capital final de la operación.

      Valor final de la operación.
    - I.

      Intereses totales de la operación.
    - i.

      Tasa de interés unitaria o porcentual de la operación.
    - n ó t.

      Número de periodos de tiempo que dura la operación.
- Clasificación de las Operaciones Financiera:
    - De capitalización: toda operación financiera está sujeta a una determinada ley financiera que se denomina régimen de capitalización. Existen dos tipos de regímenes de capitalización:

      Régimen de capitalización simple: se caracteriza porque los intereses que se generan en cada periodo de tiempo no se acumulan al capital principal. Por tanto los intereses de cada periodo se acumulan siempre sobre el capital inicial, se suele utilizar en operaciones a corto plazo.

      Régimen de capitalización compuesta: se caracteriza porque los intereses que se generan en cada periodo se acumulan al capital anterior para calcular los intereses correspondientes al periodo siguiente. Se suele utilizar en operaciones financieras a mediano y largo plazo, matemáticamente el capital final de capitalización, es una función directamente proporcional del C_o, e *i* de la operación, es decir: $C_n = f(C_o, t, i)$

- Descuento: se denomina así a la operación financiera que tiene por objeto la sustitución de un capital futuro por otro equivalente con vencimiento presente, mediante la aplicación de la ley financiera de descuento simple es una operación inversa a la de capitalización. En una operación de descuento el punto de partida es un capital futuro conocido (C_n) cuyo vencimiento se quiere adelantar. Deberemos conocer las condiciones en las que se quiere hacer esta anticipación: duración de la operación (tiempo que se anticipa el capital futuro) y tanto de interés aplicado.

El capital que resulte da la operación de descuento (capital actual o presente C_o) será de cuantía menor, siendo la diferencia entre ambos capitales los intereses que el capital futuro deja de tener por anticipar su vencimiento. En definitiva, si trasladar un capital desde el presente al futuro implica añadirle intereses, hacer la operación inversa anticipar su vencimiento, supondrá la minoración de esa misma carga financiera. Matemáticamente el valor actual o presente de un capital final en una operación financiera de descuento es una función directamente proporcional al capital final e inversamente proporcional a la tasa de descuento y al tiempo de descuento, es decir: $C_o = g(C_n, d, t)$.

- Tasa de Interés: cualquier bien es susceptible de ser entregado en arrendamiento a otra persona y por ello se debe cobrar un canon de arrendamiento. Por ejemplo es posible dar una casa en arrendamiento y cobrar un asuma mensual por el uso de ella. Así mismo es posible arrendar una máquina, un vehículo o un dinero. El canon de alquiler del dinero recibe el nombre de interés y lo denotaremos por i, el interés puede interpretarse financieramente como la retribución económica que le devuelve el capital inicial al inversionista de tal manera que se compense la desvalorización de la moneda en el periodo de tiempo trascurrido, se cubra el riesgo y se pague el alquiler del dinero. La tasa de interés se define como la relación entre la renta obtenida en un periodo y el capital inicialmente comprometido para producirla.

  Esta relación se expresa universalmente en términos porcentuales. Por ejemplo si alguien invierte hoy un millón de dólares y al final de un año recibe $1.200.000, la tasa de interés fue de 20%, es decir: I = 1.200.000 – 1.000.000 = 200.000. La suma es de $1.200.000 equivale a $1.000.000 que fue el capital inicialmente invertido y $200.000 de intereses que corresponden a una rentabilidad del 20%.

- Interés: renta de capital, expresada en términos monetarios con lo que se recompensa a su dueño por el sacrificio de abstenerse de su consumo inmediato y por el riesgo asumido. Si esta renta se expresa en relación al montante del capital se conoce como tasa o tipo de interés. Técnicamente la tasa de interés se define como la variación que experimenta una unidad de capital en una unidad de tiempo. Se interpreta como el tanto por uno. Ejemplo: i = 0.015 anual, significa que cada unidad de capital gana 1.5 céntimos al año. Para convertir la tasa de interés unitaria al tipo por ciento; se multiplica la tasa unitaria por 100. Ejemplo i = 0.015 por unidad al año ó i= 1.5 por cien unidades al año. La tasa de interés, tipo de interés o precio del dinero, en economía, es la cantidad que se abona en una unidad de tiempo por cada unidad de capital invertido. También puede decirse que es el interés de una unidad de moneda en una unidad de tiempo o el rendimiento de la unidad de capital en la unidad de tiempo

➢ Tipos de Tasa de Interés:

- Tasa de inertes nominal: se refiere a la tasa de referencia que es presentada en los préstamos y captaciones de las entidades financieras. Cabe señalar que no necesariamente es el interés verdadero que se paga en una transacción financiera. Solo es una forma de expresar una tasa efectiva, junto con la información de cómo se capitaliza y no se utiliza directamente en las fórmulas de matemática financiera. Por ejemplo 24% anual capitalizable mensualmente.
- Tasa de interés efectiva: se refiere a la tasa del interés verdadero que se paga en una transacción financiera. A diferencia de la tasa nominal, si se utiliza directamente en las fórmulas de la matemática financiera. Por ejemplo 12% mensual.
- Tasa de interés real: se refiere a la tasa que resulta de descontar la tasa de inflación de la tasa de interés efectiva.

- Tasa de interés activa: se refiere a la tasa de interés que las instituciones financieras cobran por el dinero prestado a sus clientes. Se denomina activa porque se enfoca en las cuentas del activo de las instituciones financieras ya que, para la institución, el préstamo otorgado es un activo.

- Equidad Financiera: se refiere al equilibrio justicia con la que se debe determinarse el valor de la tasa de interés que debe aplicarse a las operaciones financieras. La tendencia del acreedor será lograr el mayor valor, en cambio la tendencia de deudor será lograr el minino valor. Cualquiera de los extremos generaría una sinergia negativa ante el capital económico y el capital financiero, afectando también a la economía y a la sociedad.
- Estructura de la tasa de interés: se refiere a las partes o factores que intervienen en el cálculo o determinación del valor de la tasa de interés aplicable a las operaciones financieras en general o específicamente. Al menos deben considerarse tres (3) factores:
  a) Tasa de inflación (��).
  b) Tasa de riesgo esperada (��), y,
  c) Tasa de rentabilidad esperada (��).

  De manera que en forma elemental la tasa de interés de la operación se calcularía así:

  (� = �� + �� + ��)

- Equivalencia Financiera: el principio de equivalencia financiera establece que dos sumas de dinero invertidas en fechas distintas, son equivalentes cuando, analizados en un mismo momento o tiempo (fecha focal) conservan la misma cuantía. Si al ser valorados ambos capitales no cumplen equivalencia o no son iguales, una de las dos sumas de dinero tendrá preferencia sobre la otra y por lo tanto será elegido. Ambos capitales son equivalentes cuando no hay preferencia de un sobre los demás.
  La importancia de tener en cuenta el tiempo en una equivalencia financiera es que el dinero no vale lo mismo en momentos diferentes del tiempo lo que lleva analizar el valor del dinero en el tiempo en las operaciones financieras.

- Sistemas financieros de capitalización y descuento: son un conjunto de fórmulas interrelacionadas que nos permiten calcular el valor de una variable financiera cunado se conocen las otras.
- Clasificación de los Sistemas Financieros: se clasifican según los supuestos que se hagan sobre la unidad de tiempo considerada en las operaciones y sobre el comportamiento de los intereses generados.
  - Sistema Financiero Simple: conjunto de fórmulas deducidas de la ley financiera de la capitalización simple (los intereses no ganan intereses, unidad de tiempo medible). Es un tipo de capitalización de recursos financieros que se caracteriza porque la variación que sufre el capital no es acumulativa. Los intereses que se generan en cada periodo no se agregan al capital para el cálculo de los nuevos intereses del siguiente periodo, aspecto que la diferencia de la capitalización compuesta. De esta manera los intereses generados en cada uno de los períodos serán iguales, en este sistema la unidad de tiempo considerada para calcular los interés es finita (medible), y los interés generados no generan intereses futuros. Se utiliza en operaciones de corto plazo.
  - Sistema Financiero Compuesto: conjunto de fórmulas deducidas de los supuestos básicos de la ley financiera de la capitalización compuesta, (los intereses si ganan intereses, unidad de tiempo medible). Es una operación financiera mediante el cual un capital final se va acumulando de acuerdo a un capital inicial y a los intereses integrados que se van generando en el tiempo.

Las matemáticas financieras se encuentran sumidos hasta en el más cotidiano de los aspectos de la vida diaria de todas las personas, es por ello que es importante conocer su teoría y práctica, especialmente en un administrador financiero para poder llevar a la empresa que este dirige por vías de desarrollo a un mejor futuro para la misma. Se trata de una materia bastante significativa en la actualidad de una organización, puesto que es una de las actividades de da vida, y un correcto funcionamiento de las mismas.

CAPÍTULO III.
SISTEMA DE CAPITALIZACIÓN DE INTERESES.

3.1. Definición.

Conjunto de métodos, fórmulas interrelacionadas entre sí, que nos permiten calcular las variables que intervienen en una operación financiera.

3.2. Clasificación.

3.2.1. Sistema Financiero Simple: se rige por la ley financiera de capitalización simple.

3.2.2. Sistema Financiero Compuesto: se rige por la ley financiera de capitalización Compuesto.

3.3. Ley Financiera de Capitalización Simple.

Fórmula que permite calcular el valor de un capital financiero en otro tiempo para poder intercambiarlo.

3.4. Ley Financiera de Capitalización Simple.

Los intereses que se generan en cada período no se agregan al capital para el cálculo de los nuevos intereses del siguiente periodo. De esta manera los intereses generados en cada uno de los periodos serán iguales.

3.5. Fórmulas del Sistema de Capitalización Simple.

La capitalización simple o interés es una operación financiera generalmente a corta plazo, en la que los intereses no se acumulan al capital.

Las variables de la capitalización simple son:

C_O = Valor actual o capital inicial.

I = Intereses.

C_n = Valor final o capital final.

i = Tasa de Interés.

n = Números de periodos.

En cualquier caso, *(n e i)* han de estar referidos a la misma unidad de tiempo, en la capitalización simple, el deudor, al vencimiento ha de pagar el capital más los intereses, es decir:

$C_n = C_0 + I$

El valor final C_o en capitalización simple, transcurridos *(n)* periodos y al tanto *(i)*, lo podemos determinar para un capital C_o, como

$$C_1 = C_0 + i\,C_0 = C_0\,(1 + i)$$

$$C_2 = C_1 + i\,C_0 = C_0\,(1 + i) + i\,C_0 = C_0\,(1 + 2i)$$

$$C_3 = C_2 + i\,C_0 = C_0\,(1 + 2i) + i\,C_0 = C_0\,(1 + 3i)$$

$$C_n = C_{n-1} + i\,C_0 = C_0\,[1 + (n - 1)\,i] + i\,C_0 = C_0\,(1 + ni)$$

$$C_n = C_o\,(1+ni)$$

Expresión que relaciona el montante o capital final, transcurrida *n* periodos de capitalización, con el capital inicial prestado.

Al término *(1+ni)* se denomina factor de capitalización simple, y es un número tal que multiplicado por el capital inicial, nos permite obtener el capital financieramente equivalente al final del periodo *n* y que coincide con el capital final C_n.

3.5.1. Formulas.

1. $\mathbf{C_n = C_0\,(1 + ni)}$**.** Cálculo del valor final.

Ejemplo: Calcular los intereses de producidos y el importe total adecuado de un capital de 450$ durante 60 días al 7% de interés simple.

□ = □□ □ □ □ = 450 * 0,07 $\frac{60}{30}$ = 5.25

□□ = □□ + □□□ = 450 + 5,25 = 455.25

2. □□ = □□ / (□+□ □) Cálculo del Valor actual.

□ = □□ − □□ = □□ (1 + □□) − □□ = □□ . □ . □

3. □ = □□ . □. □ Cálculo de los intereses totales en la operación de la fórmula 1

despejamos *i*; □ = (□□ / □□) −1 / □

4. □ = (□□ / □□) − □ / □ Cálculo de la tasa de interés en la operación de la fórmula **3**.

De la fórmula 3 despejamos *i* y queda i □ / □□ . □ y

De la fórmula 1 despejamos *n*; □ = (□□ / □□) −1 / □

5. □ = (□□ / □□) − □ / □ Cálculo del números de periodos que dura la operación, de la fórmula

3 despejamos *n* y nos queda: n= □ / □□ . □

3.6. Descuento simple.

La ley financiera del descuento simple se defina como aquella en la que los descuentos de un periodo cualquiera son proporcionales a la duración del periodo y al capital anticipado o descontado. Se trata de una operación inversa a la de capitalización simple, cuando se descuenta un capital de cuantía C_o, por *n*, el valor descontado o actual que se obtiene es:

□□= □□(□ − □□)

□□ = □□ / (□+□ * □) si llamamos □□ a los intereses descontados en el periodo de tiempo

considerado, convendremos que □□ = □□ − □□ y también la fórmula general :

$$\square_{\square} = \square_{\square}(1 + \square^{*}\ \square) - \square_{\square} + \square_{\square\ \square\ \square} - \square_{\square} = \square_{\square}\ ^{*}\ \square^{*}\ \square$$

La operación de descuento matemático o racional es inversa a la operación de capitalización (el descuento equivale a los intereses totales, pero, restan al capital final) formula

�� = �� * n * i (equivalente a I).

El descuento debe expresarse en función de �� , pues, en las operaciones de descuento �� es la incógnita entonces, sustituyendo a �� , tenemos:

� = �� . � / (1+ ��) Descuento matemático, también �� = − �� ��

3.7. Descuento Bancario (��).

La característica del descuento bancario (��) , es que este se realiza sobre el capital final �� y no sobre le capital inicia �� , como en el descuento matemático o racional �. Tasa de descuento bancario, para diferenciarla de la tasa *i* del descuento matemático, la identificaremos con la letra *d*.

Fórmulas:

6. �� = �� * � * �. Cálculo del descuento bancario.
7. ��� = �� − �� = �� − �� * � * � = �� (1 − ��)

�� = �� (1 − ��) Valor presente bancario.

3.8. Problemas Resueltos:

a) Hallar el valor final de un capital de $ 1.000 colocado a la operación financiera de capitalización simple durante 14 meses, siendo la tasa de interés es del 9% anual.

Datos **Incógnita**

C_o = $ 1.000 C_n =

n = 14 / 12

i = 0,09 anual

$$�� = \$1.000\ (1 + 14/12) * 0,09$$

$$�� = \$\ 1.105$$

El capital final es de $ 1.105.

b) El 1° de agosto una persona contrajo una deuda de $ 5.000 para cancelarla antes de los 8 meses, pagando intereses del 12% anual. Diga ¿En qué fecha deberá $126,66 por concepto de intereses?

Datos	**Incógnita**
$C_o = \$\ 5.000$	n
$i = 0,12$ anual	
$I_t = \$\ 126,66$	(fecha correspondiente)

Fecha de inicio de la operación 1° de agosto

$$� = \frac{\$\ 126,66}{\$\ 5.000 * 0,12} = 0,2111\ (�ñ��)$$

Llevando este valor a días:

$$0,2111 * 360 = 76.$$

La fecha correspondiente será el 15 de octubre.

c) ¿A qué tasa de interés anual a un capital inicial de $ 10.000 se convierte en $ 10.600 en 6 meses, en una operación de capitalización simple?

Datos	**Incógnita**
$C_o = \$\ 10.000$	*i* (anual)
$C_n = \$\ 10.600$	
n = 6 meses	

$� =$

La tasa de interé s es de 12% anual

$$\frac{\$10.600 - \$10.000}{0{,}5 * \$10.000} = 0{,}12$$

d) Un capital de \$ 5.000, exigible dentro de seis meses, es descontado matemáticamente a la tasa del 11% anual. Determinar el valor que toma el capital para los siguientes casos: a) si descontamos hoy, b) si el descuento se hiciera dentro de dos meses; y c) si se realizara dentro de 4 meses.

Datos	**Incógnitas**
C_n = \$ 5.000	a) C_0
i = 0,11 anual	b) C_2 meses
a) n_1 = 6 meses = 0,5 años	c) C_4
b) n_2 = 4 meses = $\frac{1}{3}$ años	
c) n_3 = 6 meses = $\frac{1}{6}$ años	

a) $C_0 = \frac{\$\ 5000}{1+0,5 * 0,11} = \$\ 4.739,34$

b) $C_2 = \frac{\$\ 5000}{1+\frac{1}{3} * 0,11} = \$\ 4.\ 823,15$

c) $C_4 = \frac{\$\ 5000}{1+\frac{1}{6} * 0,11} = \$\ 4.\ 909,98$

e) Hallar el descuento bancario para los seis meses, y decir ¿Qué cantidad recibe?

Datos.	**Incógnitas.**
C_n = \$5.000	D_b
i = 0,11 anual	C_o (para descuento Bancario)
n = 6 meses = 0,5 años	

D_b = \$ 5.000 * 0,5 * 0,11 = \$275 y

$$C_0 = \$5.000 - \$275 = \$\ 4.725$$

Como se puede observar, el descuento bancario es mayor que el racional o matemático; y C_0 para la operación de descuento bancario es menor.

f) Una persona obtiene un préstamo de \$ 10. 0000 en un banco. Firma un pagaré que vence a los doce meses con interés del 11% anual. ¿Cuánto recibe?

Datos | **Incógnita**

$C_n = \$\ 10.000$ | C_n

$d = 0{,}11$

$n = 2$ meses $= \frac{1}{6}$

$$C_0 = \$\ 10.000 - \left(1 - \frac{1}{6} * 0{,}11\right) = \$\ 9.816{,}67.$$

Al final de los dos meses deberá reembolsar los \$ 10.000.

3.9. Ley Financiera de Capitalización Compuesta.

Los intereses que se generan en cada periodo se agregan al capital para calcular los intereses del periodo siguiente, y así sucesivamente, hasta el momento de cierre de la operación financiera. De esta manera los intereses generados en cada uno de los períodos son diferentes.

La característica fundamental de la Ley Financiera de Capitalización Compuesta es que los interese son productivos, es decir, se acumulan al capital para producir nuevos intereses. Así, en cada período, los intereses se calculan sobre el capital inicial más los intereses acumulados hasta el comienzo de dicho periodo.

Mientras que en la capitalización simple se usa operaciones financieras para periodos inferiores al año, la capitalización compuesta se aplica normalmente a operaciones financieras para periodos superiores al año.

Supongamos que se invierte en capitalización compuesta un capital C_o a un tanto de interés unitario i durante 1, 2,3… n de años. El interés producido en cada período es el resultado de multiplicar al tanto unitario de interés i por el capital existente al comienzo de cada período.

Si tenemos en en cuenta que los capitales de cada periodo son C_o, C_1, C_2, C_3… C_n y los periodos o momentos del tiempo son 0, 1, 2, 3,…, podemos deducor el valor de los capitales en cada momento:

Momento 1: $C_1 = C_o + C_o * i = C_o (1+i)$

Momento 2: $C_2 = C_1 + C_1 * i = C_1 (1+i)$. Sustituimos el valor de C_1 y resulta:

$$C_2 = C_o (1+i)(1+i) = C_o (1+i)^2$$

Momento 3: $C_3 = C_2 + C_2 * i = C_2 (1+i)$. Sustituimos el valor de C_2 y resulta.

$$C_3 = C_o (1+i)^2 (1+i) = C_o (1+i)^3$$

Momento n: $C_n = C_n - 1 + C_n - 1 * i = C_n - 1 (1+i)$. Sustituimos el valor de $C_n - 1$ y resulta:

$$C_n = C_o (1+i)^{n-1} (1+i) = C_o (1+i)^n$$

Considerando $(1+i)^n$ factor de capitalización, factor que sirve para trasladar capitales de un momento a otro posterior.

Ejemplo.

Hemos invertido $ 6.000 durante 4 años en unos fondos de inversión que producen un 6% de interés compuesto anual. ¿Cuál será el capital que se recupera al cabo de los 4 años?

Datos.	**Incógnita.**
$C_o = \$6.000$	C_4
n = 4años	

$i = 0{,}06$ compuesto anual

La fórmula a utilizar es: $C_n = C_o (1+i)^n$ de modo que:

$C_4 = C_o (1+i)^n =$ $C_4 = \$6000(1{,}06)^4 = 7574.86$

3.10. Fórmulas del Sistema de Capitalización Compuesto.

Las variables de la capitalización compuesta, son:

C_o = Valor actual o capital inicial.

I = Intereses.

C_n = Valor final o capital final.

i = Tasa de interés.

n = Números de períodos.

En cualquier caso (*n* e *i*) han de estar referidos a la misma unidad de tiempo. En la capitalización compuesta, el deudor, al vencimiento ha da pagar el capital más los intereses. El valor final C_n en capitalización compuesta, transcurridos n periodos y a la tanto i, lo podemos determinar para un capital C_o como:

$$C_1 = C_o + C_o\, i = C_o (1+i)$$

$$C_2 = C_1 + C_1\, i = C_1 (1+i) = C_o (1+i)(1+i) = C_o (1+i)^2$$

$$C_3 = C_2 + C_2\, i = C_1 (1+i) = C_o (1+i)^2 (1+i) = C_o (1+i)^3$$

$$\vdots$$

$$C_n = C_{n-1} + C_{n-1} * i = C_{n-1}(1+i) = C_o (1+i)^{n-i} (1+i) = C_o (1+i)^n$$

A la expresión $(1+i)^n$ la denominaremos factor de capitalización compuesta, ya que al aplicarla sobre el valor actual nos permite obtener al valor final o montante equivalente. Independientemente de la ley financiera utilizada, los intereses generados, serán la diferencia entre el capital final e inicial, y por tanto:

$C_n = C_n + I$ $I = C_n - C_o$ $I = C_o (1+i)^n - C_o$

$I = C_o [(1+i)^n - 1]$

Ejemplo.

Determinar el montante de un capital de $ 1.000, invertido al 6% de interés compuesto anual durante 10 años.

$C_n = C_o (1+i)^n = C_n = \$1.000\ (1+0,06)^{10} = \$\ 1.790,85$

3.10.1. Formulas.

1. $C_n = C_o (1+i)^n$. Cálculo del monto final o valor futuro

2. $C_o = \frac{C_n}{(1+i)n}$ o $C_o = C_n (1+i)^n$. Cálculo dl monto inicial o valor presente, o valor actual.

3. $I = C_n - C_o$ $I = C_o\ (1+i)^n - C_o$ $I = C_o [(1+i)^n - 1]$. Cálculo de los intereses totales en la operación.

4. $i = \sqrt[n]{\frac{C_n}{C_o}} - 1$ $\left\{ i \text{ antilogaritmo } [\log (\frac{C_n}{C_o})] \right\} - 1$. Cálculo de la tasa de interés en la operación.

5. $\frac{n = \log(\frac{C_n}{C_o})}{\log(1+i)}$. Cálculo de n° de períodos de dura la operación.

Notas. 1. La fórmula 1 se deduce de aplicar la ley financiera compuesta a una operación de capitalización. 2. Las formulas 2, 3, 4 y 5, se deduce de la fórmula 1.

3.11. Descuento Compuesto.

Se denomina así a la operación financiera que tiene por objeto la sustitución de un capital futuro por otro con vencimiento presente, mediante la aplicación de una ley financiera de descuento compuesto. Es una operación inversa a la de capitalización compuesta.

Los elementos a tener en cuenta son:

D = Descuento o rebaja que sufre una cantidad pagada antes de su vencimiento.

C_n = Valor nominal o cantidad que se debe pagar al vencimiento.

C_o = Valor actual, valor presente o cantidad realmente pagada.

Por definición el descuento experimentado por le nominal C_n, como son consecuencia de anticipación desde su vencimiento en el momento *n*, al momento presente o, será:

$$D = C_n - C_o$$

Problemas Resueltos.

1. El producto territorial bruto (PTB) de un país fue de $15 * 10^{10}$ año pasado. A partir de un crecimiento anual del 6,5% durante años. Diga, ¿Cuál será al PTB al cabo de ese año?

Datos | **Incógnita.**

$PTO_o = 15*10^{10}$ | PTB_5

n = 5 años

i = 0,065 anual

Resultado.

$$PTB_5 = 15*10^{10} \quad * \quad (1 + 0{,}065)^5 = 20{,}55135 * 10^{10}$$

2. ¿En qué tiempo se duplica un capital a la operación de capitalización compuesta y a la tasa de interés del 8% anual?

Datos | **Incógnita.**

$C_n = 2\,C_o$ | n

i = 0,08 anual

Resultado:

$$n = \frac{\log \frac{2C_o}{C_o}}{\log 1{,}08} = \frac{\log 2}{\log 1{,}08} = 9{,}0064564 \ (\text{años})$$

3. Sustituir tres capitales de \$ 50.000, \$ 25.000 y \$ 30.000, con vencimientos a los 5 años, 8 años y 15 años, respectivamente, por dos capitales iguales con vencimientos a los 7 años y 11 años. La tasa de operación es del 9% anual.

Datos | **Incógnita.**

$C_5 = \$50.000$ | ${}_4C_7 = {}_5C_{11} = C$

${}_2C_8$ = \$25.000

$_3C_{15}$ = \$30.000

n_1 = 5 años

n_2 = 8 años

n_3 = 15 años

n_4 = 7 años

n_5 = 11 añosi

= 0,09 anual

Resultado.

$C\,(1 + 0,09)^{-2} + C\,(1 + 0,09)^{-6} = \$50.000\ 25.000\,(1+0,09)^{-3} + \$30.000\,(1+0,09)^{-10}$

Y sustituimos valores:

C (0,84168 + 0,596267) = 50.000 + \$25.000 * 0,7721835 + \$ 30.000 * 0,42241

Y en definitiva:

$$� = \frac{\$\ 81.976,88}{1,437941} = \$\ 57.009,65\ ����\ ���.$$

3.12. Ejercicios Propuestos.

a) ¿Cuál es el capital final en una operación de capitalización simple que a la tasa de interés del 8% anual en un año y tres meses produce intereses de \$ 550?

b) Un capital de \$ 5.000, está colocado a la operación de capitalización simple durante 11 meses y a la tasa *i*. Si la tasa fuera 2% mayor, los intereses serían de \$ 458,33. Hallar el valor de *i*, y decir, además ¿Cuál es el monto final a esta tasa?

c) Calcular el tiempo de duración de operación de capitalización compuesta simple, para que los intereses sean 2/7 partes del capital inicial. La tasa de interés es del 7% anual

d) Una persona descuenta una letra de cambio de \$ 5.000 con vencimiento dentro de 5 meses y recibe \$ 20,83 menos de lo que esperaba recibir. La razón de esta diferencia es que esta persona hacia los cálculos con la tasa de interés del 10% anual, y el banco aplico otra tasa. ¿Qué tasa aplicó el banco?

e) ¿Qué cantidad de dinero debe depositarse hoy en una entidad bancaria que paga intereses del 6 1/2% anual, con el objeto de poder retirar una cuarta parte del monto acumulado dentro de seis años y tener \$ 30.000 dentro de 8 años?

f) Una capital C_0 se convierte en $ 46.609,57 en 20 años a una tasa de interés i, y a la misma tasa, en 10 años se convierte en $ 21.589,25. Hallar C_0 e i.

g) Un capital de $ 50.000 colocado a la operación financiera de capitalización simple se convierte en $ 56.750 a la tasa del 9% anual. Si la capitalización hubiese sido compuesta ¿Qué tasa de interés permitiría obtener el mismo monto en el mismo tiempo?

h) Un inversionista (A) afirma que el obtiene una tasa de beneficios sobre el dinero que invierte superior en 1,5% anual sobre la tasa que obtiene otro inversionista (B). por su parte, B afirma que hace duplicar su capital en seis años. ¿En qué tiempo, entonces, lo duplica A?

i) Una capital es colocado a la operación de capitalización compuesta durante 5 años y a la tasa del 8% anual. El monto obtenido se coloca a su vez al 10% de interés anual durante 2 años. Y este último monto es colocado al 9% anual durante 3 años. ¿Cuál es la tasa anual promedio?

CAPITULO IV.
RENTAS

4.1. Definición

Serie de pagos generalmente en iguales cantidades hechos a intervalos iguales de tiempo, ejemplo: pagos periódicos por compra a plazo de vivienda, automóviles, muebles, entre otros, también se le conoce con el nombre: cuota o depósito Se conviene denotar con t = 0 al momento inicial de la renta. Este instante puede coincidir con el pago de la primera cuota o puede ser anterior al primer pago.

4.2. Intervalo o Periodo de Pago.

Es el tiempo que transcurre entre cada dos pagos o términos sucesivos de la renta. La renta puede ser: anual, semestral, trimestral, mensual. Quincenal, entre otros.

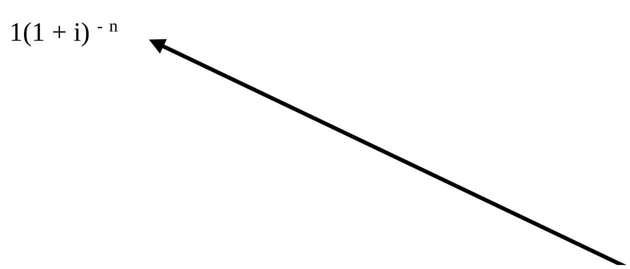
4.3. Tiempo o Plazo de una Renta.

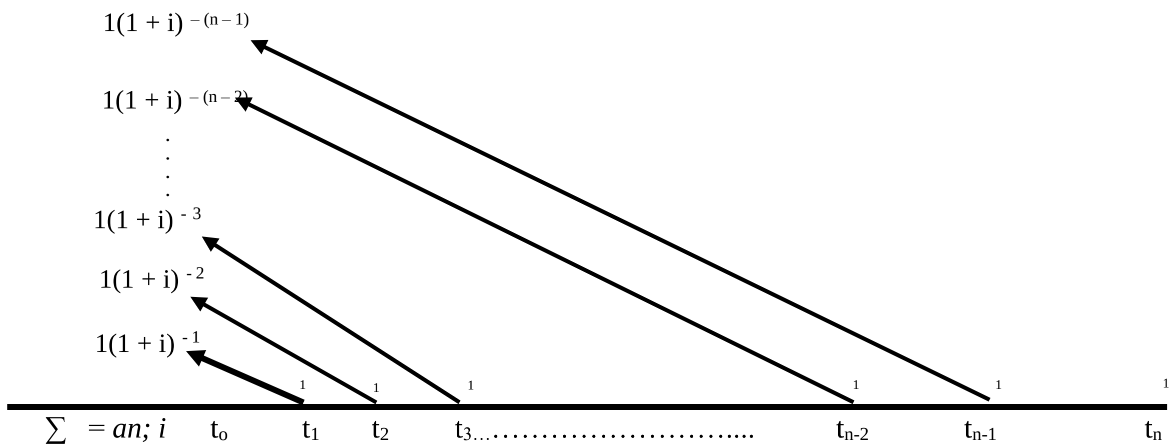
Intervalo de tiempo entre el momento en que se establece la renta y el momento en que se vence el ultimo capital o pago de la operación.

4.4. Valor Actual o Presente de una Renta.

Se obtiene al sumar los valores actuales de los capitales financieros o pagos que conforman la renta.

Grafico. Valor final de una renta de *n* pagos iguales de valor 1





$an;\, i = 1\,(1 + i)^{-1} + 1\,(1 + i)^{-2} + 1(1 + i)^{-3} + 1\,(1 + i)^{-4} + \ldots + 1\,(1+i)^{-(n-2)} + 1\,(1+i)^{-(n-1)} + 1\,(1+i)^{-n}$

$an;\, i = (1 + i)^{-1} + (1 + i)^{-2} + (1 + i)^{-3} + (1 + i)^{-4} + \ldots + (1+ i)^{-(n-2)} + (1+i)^{-(n-1)} + (1+i)^{-n}$

En el segundo miembro de la expresión tenemos la de suma de “n”. Términos en progresión geométrica de razón $(1+i)^{-1}$. Cuyo cálculo se realiza por la siguiente formula:

$a_{\overline{n}|}i = a\left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right)$ a este parámetro se le conoce como factor de actualización de la renta.

De modo que el valor actual de la renta (A) se calcula con la siguiente formula:

$A = a * a_{\overline{n}|}i$

A indica valor actual o presente de la renta.

$a_{\overline{n}|}i$ factor de actualización de la renta

a indica monto de la renta.

4.4.1. Valor Presente (caso práctico).

Hallar el valor presente de una renta vencida constituida por 10 capitales de $5.000anuales a una tasa del 8% anual.

Datos	**Incógnita.**
n = 10	A

a = $5.000

i = 0,08 anual

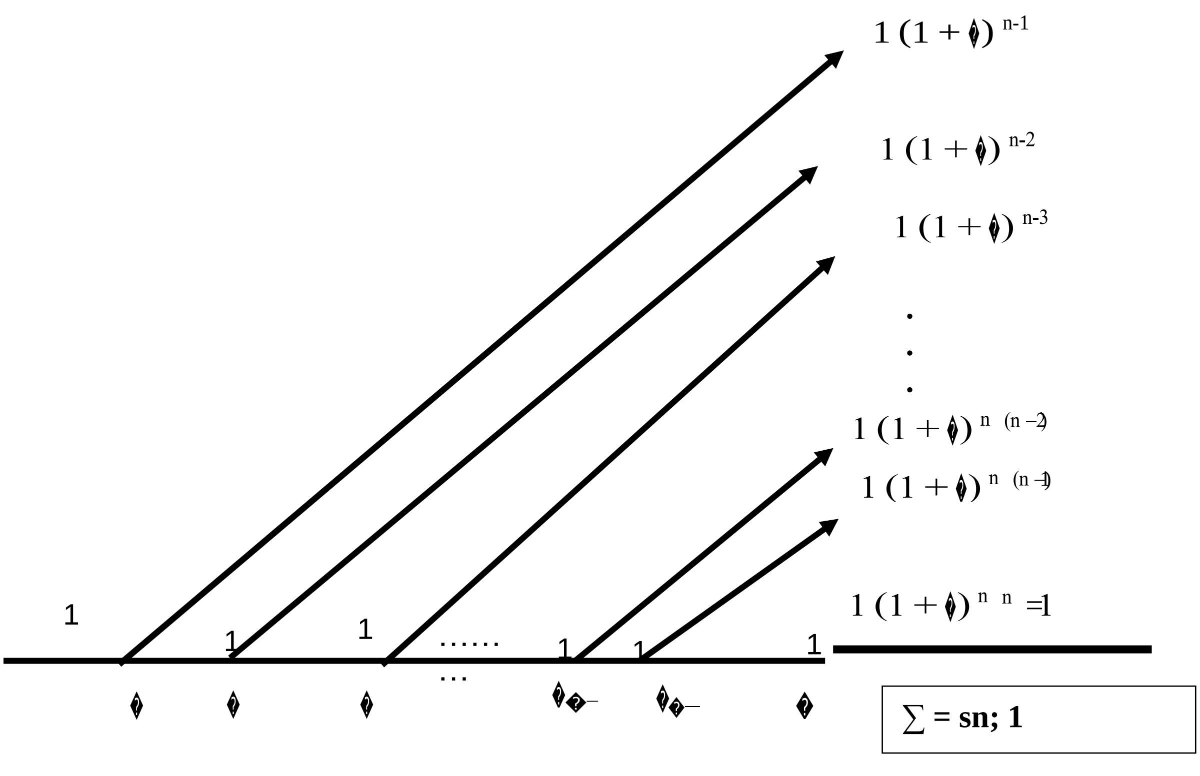
Aplicando la formula correspondiente:

A = $5.000 * $a_{10\urcorner 0,08}$ = $5.000 * 6,71008 = $33.550,4

4.5. Valor Final de una Renta.

Se obtiene al sumar los valores finales de los capitales financieros o pagos que la conforman.

Gráfico. Valor final de una renta de *n* pagos iguales de valor 1.



sn; i = $1\,(1+i)^{n-(n-1)} + 1\,(1+i)^{n-2} + 1\,(1+i)^{n-3} + 1\,(1+i)^{n-4} + \ldots\ldots\ldots\ldots + 1\,(1+i)^{n-(n-2)} + 1\,(1+i)^{n\,(n-1)} + 1$

$sn; i = 1\,(1+i)^{n} + 1\,(1+i)^{n-2} + 1\,(1+i)^{n-3} + 1\,(1+i)^{n-4}$ .... +

$1\,(1+i)^{n-(n-2)} + (1+i) + 1.$

En el segundo miembro de la expresión anterior tenemos la suma de “n” términos en progresión geométrica de razón $(1+i)^{+1.}$ Esta suma se puede calcular aplicando la siguiente formula: $s_{n|}i = \left(\dfrac{(1+i)^{n} - 1}{i}\right)$ donde $s_{n|}i$ indica factor de capitalización de la renta.

n = número de cuota o pagos de la renta

i = tasa de interés de la operación

El valor final, Monto o valor futuro se calcula por la siguiente formula:

$S = a * s_{n|}i$

4.5.1. Valor Final (caso práctico).

Una persona desea tener \$ 500.000 dentro de 5 años. Para lograr esto se propone depositar en un banco una cantidad fija de dinero todos los años. Si la tasa de interés es del 7% anual. ¿Cuánto deberá depositar anualmente?

Datos	**Incógnita.**
S = \$ 500.000	a
n = 5	
i = 0,07 anual	

$a = \$500.000 * s_{\overline{5}|\,0,07}^{-1} = \$\ 500.000 * 0,173891 = \$\ 86.945,35$

4.6 Clasificación de las Rentas.

Las rentas se clasifican según los factores financieros que las afectan y según la forma de recibir o entregar los capitales financieros.

- Rentas
  - Ciertas
    - Constantes
      - Temporales
        - Inmediatas
          - Prepagables
          - Postpagables
        - Diferidas
          - Prepagables
          - Postpagables
      - Perpetuas
        - Inmediatas
          - Prepagables
          - Postpagables
        - Diferidas
          - Prepagables
          - Postpagables
    - Variables
      - Temporales
        - Inmediatas
          - Prepagables
          - Postpagables
        - Diferidas
          - Prepagables
          - Postpagables
      - Perpetuas
        - Inmediatas
          - Prepagables
          - Postpagables
        - Diferidas
          - Prepagables
          - Postpagables

Según la naturaleza de la cuota o pago la rentas ciertas pueden ser.

- **Constante** si todos los términos son iguales
- **Variable** si todos los términos son distintos**.**

Según el número de términos las rentas ciertas pueden ser:

- **Temporal** si la renta tiene un número (n) finito de términos.
- **Perpetúa** si el final de renta no está definido. En este caso se considera que el número de términos de la renta tiende a infinito ($n \rightarrow \infty$).

Según el origen de la renta con respecto al origen de la operación.

El origen de la renta puede coincidir o no con el origen de la operación de manera que la renta puede ser:

- **Inmediata** si el origen de la renta y el de la operación coinciden.
- **Diferida** si el origen de la renta es posterior al de la operación. La diferencia entre los dos orígenes se denomina diferimiento y se simboliza por d. El diferimiento se expresará en periodos de la renta.

Según el vencimiento del capital dentro del intervalo.

- Rentas prepagables: son aquellas en las que la cuantía vence al inicio del periodo.
- Rentas pospagables: son aquellas en las que la cuantía vence al final del periodo.

Las clasificaciones de las rentas no son excluyentes, por el contrario, se complementan entre sí. En este sentido, la importancia de clasificar las rentas consiste en que las características de estas determinan las formulas diferentes para el cálculo de las operaciones financieras.

4.7. Rentas ordinarias (anualidades): son rentas ciertas constantes temporales, inmediatas y vencidas.
Las anualidades es un tipo muy común de rentas.

4.8. AMORTIZACIÓN Y CUADRO DE AMORTIZACIÓN

4.8.1. Definición

Se conoce como amortización, al proceso mediante el cual una deuda es cancelada, junto con sus intereses, en una serie de pagos periódicos y en un tiempo determinado, que comprenden una parte del capital y el interés, donde con el abono de cada pago se dedica primera pagar los intereses y lo que sobra se considera abono a capital.

Dependiendo del tamaño y la frecuencia de los pagos, existen diferentes sistemas para amortizar un crédito. Estos son:

1. **Amortización gradual**:
   - Forma más usual para liquidar deudas,
   - Los abonos (amortización + intereses) periódicos tienen la misma frecuencia y son por cantidades iguales.
   - Es conveniente cuando la inflación es relativamente baja.
2. **Amortización constante**:
   - La porción del abono amortiza el Capital adeudado es constante.
   - Ventajas: el cálculo del saldo insoluto en cualquier periodo resulta fácil de realizar
   - Útil en casos de refinanciar o cancelar la deuda en ese momento.
3. **Amortización con renta variable***:*
   - Cada abono y su correspondiente amortización es mayor que los anteriores.
   - Los primeros pagos son pequeños, haciendo, en ocasiones, que la deuda se incremente para luego comenzar a reducirse cuando los pagos son mayores.
   - Utilizado en operaciones a mediano y largo plazo, pero sobre todo cuando los índices inflacionarios son altos.

4.9. Estructura de la Tabla de Amortización.

Un cuadro de amortización es la forma ordenada de presentar la evolución de una deuda hasta su total cancelación, estando estructurado por varias columnas destinadas a presentar la secuencia temporal de aspectos relacionados con la deuda y a los pagos a que ella da origen. El número de columnas es opcional, sin embargo, se exigen cinco (5) columnas de las que no se puede prescindir:

1. La del periodo, fecha de pago o número de cuotas, se denomina (n).
2. La de la cuota o renta, se denomina (a).
3. La de la cuota de interés, se denomina (C.I).

4. La de la cuota de amortización, se denomina (C.A).
5. La del saldo deudor, se denomina (R).

También pueden existir columnas opcionales, entre las cuales tenemos:

1. Total amortizado, se denomina (T.A).
2. Interés acumulado, se denomina (I.A).

Cuadro. Tabla de Amortización.

n	a	C.I	C.A	T.A	R

4.10. Procedimiento para elaborar la Tabla de Amortización de una deuda en Forma Gradual.

1. Se calcula la Cuota o Renta (a), mediante la siguiente igualdad:

$$a = A * a_{n|i}^{-1}$$

2. Se calcula la Cuota de Interés (C.I) en cada periodo mediante la siguiente igualdad:

$$CIn = R_{n-1} * i$$

Rn – 1: Resto o saldo en el periodo anterior (n – 1).

i : Tasa de interés de la operación

3. Se calcula la Cuota de Amortización en cada periodo mediante la siguienteigualdad:

$$C.An = a – C.In$$

4. Se calcula el saldo deudor en cada periodo (Rn) mediante la siguiente igualdad:

$$Rn = R_{n-1} – C.An$$

5. Se calcula el total amortizado en cada periodo (T. An) , mediante la siguiente igualdad

$$T.An = T.A_{n-1} \div C.An$$

TA_{n-1}: Total Amortizado en el periodo anterior.

4.11. Casos Prácticos.

Hacer un cuadro de amortización correspondiente de $ 100.000 que se cancelara durante 5 anualidades la primera anualidad se pagara a un año de haber realizado al préstamo tasa de interés 10% anual sobre saldo.

Aplicando el procedimiento se elabora el siguiente cuadro:

n	a	$C.I_n$	$C.A_n$	$T.A_n$	R_n
0	-----	-----	-----	-----	100.000
1	26.380	10.000	16.380	16.380	83.620
2	26.380	8.362	18.018	34.398	65.602
3	26.830	6.560	19.820	54.218	45.782
4	26.380	4578	21.802	76.019	23.980
5	26.380	2398	23.982	100.000	0

Datos **Incógnita.**

A = 100.000 a

n = 5

i = 0,10

AÑO 1

$a = A * a_{n|}i$

$$a_{5\ 0,10} = \frac{1-(1+i)^5}{i}$$

$$a_{5|}0,10 = \frac{1-(1+i)^5}{0,10}$$

$a_{5|}0,10 = 3.791786769$

$$a = \frac{A}{a_{n|}i} = \frac{100.000}{3.790786769}$$

a = 26.380

CAPÍTULO V
LA MATEMÁTICA FINANCIERA Y SUS IMPLICACIONES EN LA ESTADÍSTICA APLICADA.

5.1 Definiciones y Conceptos.

La estadística es la ciencia que registra, acumula, clasifica, y estudia las cifras que representan los hechos o resultados objetivos de toda actividad humana, con el fin de analizarlas comparativamente y llegar a conclusiones que sirvan de base a decisiones sobre acciones futuras.

La estadística tiene su demostración ilustrada en los gráficos, los cuales facilitan a su vez una interpretación visual –panorámica comparativa- de toda información numérica.

En este capítulo trataremos estas materias de forma elemental, al tiempo que se intentará brindar al estudiante una noción los más completa posible de sus diversas aplicaciones.

5.2 Proceso Estadístico.

Los principales pasos o etapas comprendidas en el proceso estadístico son:

a) Registrar o anotar los datos numéricos informados por una actividad determinada.
b) Ordenar y clasificar esta información mediante el uso de listados y tablas que resuman y agrupen los datos por columnas y líneas o reglones.
c) Aplicar porcientos o índices comparativos.
d) Ilustrar la información con gráficos apropiados.
e) Realizar los análisis correspondientes.
f) Obtener conclusiones que sirvan de base a decisiones y acciones futuras.

5.3 Aplicaciones de la estadística.

Como ya dijimos, la estadística puede representar cualquier sector de acción humana, pero las principales aplicaciones que recibe tienen lugar en la actividad social, económica y cultural. En este libro nos centraremos en las aplicaciones económicas.

La estadística económica. El sector de mayor importancia estadístico en cualquier nación o a nivel mundial es la economía, y consecuentemente es aquí donde más abundan las publicaciones estadísticas en todo el mundo a un grado de detalle realmente sorprendente.

Las ramas más importantes de este sector son la producción (volumen, costes, salarios, productividad, etc.), comercio nacional e internacional (niveles de consumo, exportación e importación, precios, etc.), la construcción, las inversiones, los servicios, finanzas, etc.

5.4 Importancia de las fuentes estadísticas.

La estadística se apoya en un flujo continuado o periódico de información primaria procedente de fuentes completamente fidedignas en cada una de sus ramas. La base principal, pues, de todo proceso estadístico es su fuente u origen de los datos primarios.

5.5 Confección de una tabla estadística.

La estructura de una tabla estadística consiste fundamentalmente en líneas o renglones horizontales y columnas verticales con descripciones claras y a la vez breves que identifiquen los datos que ellas agrupan. También las columnas suelen identificarse además con letras y los reglones con números a fin de facilitar las referencias que ellas se hagan. Es importante, desde luego, que las unidades de medida, tipos de moneda, etc. Estén claramente señaladas y sus cifras y textos comprobados con exactitud.

A fin de evitar cifras largas que puedan ocasionar confusiones, resulta conveniente resumir o redondear las cantidades que aparecen en la tabla (obviando fracciones) y la mayor parte de las veces expresarlas en unidades de millares, millones, etc., según sea el caso.

A continuación presentamos un sencillo problema como ejemplo:

> A modo de ilustración exponemos un sencillo problema.
> Un fabricante después de 3 años de trabajo obtiene los siguientes datos:
> Primer Año:

Unidades

producidas.. 74,320

Costo

total… $95,3

45

Unidades

vendidas $52,620

Importe de ventas……………………………………………………………. $84,231

Gastos de servicio….. $25,000

Segundo Año:

Unidades

producidas.. 58,720

Costo total………………………………………………………………….. $78,325.34

Unidades

vendidas 53,761

Importe de ventas…………………………………………………………. $105,725.45

Gastos de servicio….. $26,821

Tercer Año:

Unidades

producidas.. 60,420

Costo

total… $80,4

26

Unidades

vendidas 53,267

Importe de ventas………………………………………………………….

$86,726

Gastos de

servicio…... $24,826

La ordenación de estos datos nos permite elaborar el siguiente cuadro:

Años	Producción		Ventas		
	Unidades	Costos	Unidades	Importe	Gastos
1°	74,320	$95,620	52,620	$84,231	$25,000
2°	58,720	$78,325	53,761	$105,725	$26,821
3°	60,420	$80,426	53,267	$86,726	$24,826

Una vez ordenados los datos es posible, como se puede apreciar, efectuar un análisis general de los resultados obtenidos por el fabricante durante los 3 años de trabajo. Esto nos puede dar una idea de cómo la aplicación del principio de ordenación nos viabiliza a la compresión de su conjunto de cifras.

5.6 Números índice.

Cuando un dato estadístico se relaciona cuantitativamente con otro, estamos en presencia de una proporción, la cual, nos permite establecer comparaciones entre sus respectivas magnitudes.

Cálculo del número índice. Cuando relacionamos datos estadísticos referidos a diferentes periodos, por ejemplo, y queremos establecer una proporción que nos permita compararlos y medir su variación, igualamos a 100 la cifra del primer período o aquel que decidamos tomar como base.

Por ejemplo, la producción de trigo en un país fue en 2010 de 325 millones de toneladas métricas; escogemos un número índice tomando como base el año 2000 cuya producción fue de 275 millones e igualando ésta a 100.

Entonces:

275 : 100 : : 325 : X

Siendo X = 118

Para la correcta aplicación de un número índice es necesario e indispensable la determinación de la base, es decir, fijar el período al cual deberá referirse el índice.

A continuación veremos un ejemplo práctico de aplicación de números índice

Año	Pantalones	Medias	Pañuelos
1er	6.00	0.30	0.20
2°	6.50	0.30	0.20
3°	11.00	0.60	0.70
4°	12.00	0.65	0.90

(Precio de varios artículos)

Aplicando el índice y tomando como base el año primero conseguiremos la siguiente tabla:

Año	Pantalones		Medias		Pañuelos	
	Precio	Índice	Precio	Índice	Precio	Índice
1	6.00	100	0.30	100	0.20	100
2	6.50	108	0.30	100	0.20	100
3	11.00	183	0.60	200	0.70	359
4	12.00	200	0.62	216	0.90	492

Como se apreciará, los índices nos indican las fluctuaciones de los precios y nos permiten la comparación sobre una misma base.

Al decir que el índice de los pantalones es de 200, el de las medias de 216 y el de los pañuelos 492, estamos estableciendo que en el primer caso hubo un aumento de 100 a 200, en el segundo de 100 a 216 y en el tercero de 100 a 492.

Esto permite analizar la fluctuación del precio en relación con el período tomado como base y aplicar las medidas que se consideren oportunas (Entiéndase bien que los índices 200, 216 y 492 NO REPRESENTAN el tanto por ciento de aumento, sino que indican la variación que ha sufrido el número originario 100).

5.7 Representación gráfica.

Las representaciones gráficas tienen por objeto ilustrar, mediante un lenguaje práctico y con el uso de figuras, las variaciones de hechos concretos. Sirven para representar en forma clara, sencilla y expresiva los datos compilados en cualquier estadística. Es por ello que Estadística y Grafico, aunque conceptos diferentes, tienen una estrecha relación e importancia ante la necesidad de elaborar un trabajo o informe de características económicas.

Las representaciones gráficas presentan grandes ventajas ya que, por completa que se considere la confección de una tabla estadística, nunca podrá ser lo atractiva, práctica y sencilla que resultan las primeras. Además, incluso para aquel desconocedor de la técnica estadística, se podrá con un simple gráfico facilitársele la comprensión y comunicación de las ideas que de la misma se desprenden.

A pesar de las ventajas probadas que nos brinda una representación gráfica, debemos señalar dos importantes desventajas: primero, no permite apreciar con detalle y exactitud un hecho específico dentro del conjunto de un trabajo general, y, segundo, cuando en su confección no se ha puesto el debido cuidado, puede crear ciertas confusiones.

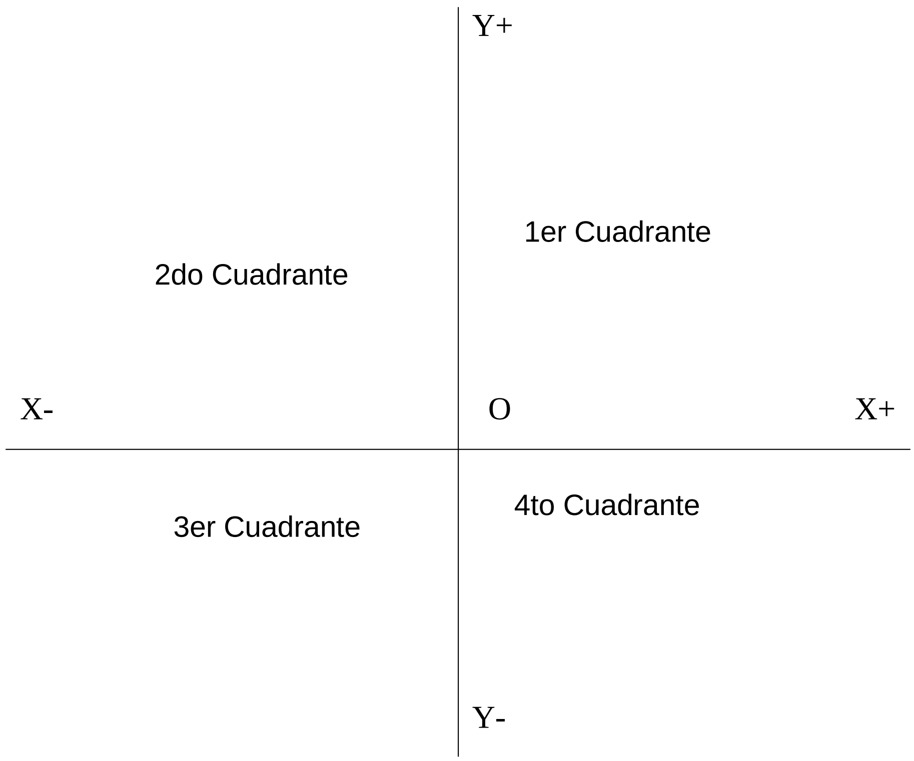
5.8 Tipos de gráficos.

Aquí no examinares los numerosos tipos de gráficos que existen, sino aquellos que puedan tener una mejor aplicación en el área económica.

a. Gráficos basados en el sistema de coordenadas.

Los gráficos más usados son aquellos que están basados en el sistema de coordenadas. Veamos:

Se basa en la determinación de un punto en el plano, referidos a dos ejes, en el que la posición del punto puede estar situado a la derecha o a la izquierda, por debajo o por encima del origen o fijado por la intersección de los ejes. Esto origina 4 cuadrantes en el plano. Ver la figura.



En la figura anterior la recta X'X es el eje de las abscisas e Y'Y es el eje de las ordenadas y 0 es el origen.

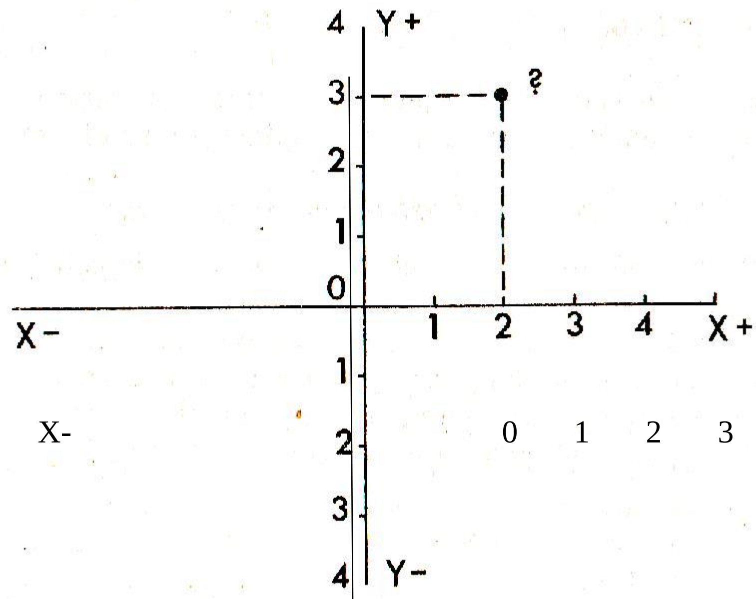
En el primer cuadrante las Y y las X son positivas.

En el segundo cuadrante las Y son positivas y las X negativas

En el tercer cuadrante las Y y las X son negativas.

En el cuarto cuadrante las Y son negativas y las X son positivas.

Si a los ejes del sistema de coordenadas rectangulares X'X e Y'Y, les ponemos números ordenados y equidistantes, haciendo coincidir el origen 0 con el cero, estamos en condiciones de colocar un punto en el plano.



Y+

4

3

2

1

X- 0 1 2 3 _ 4 X+

1

2

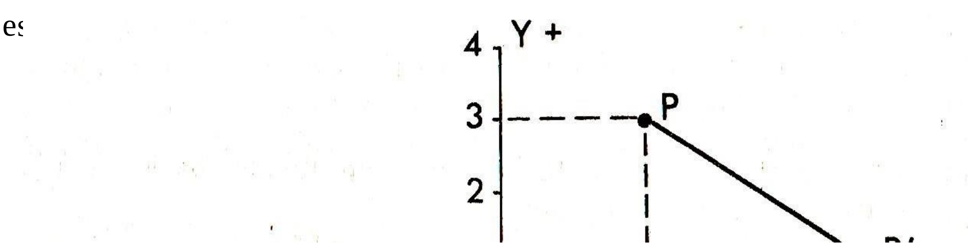
3

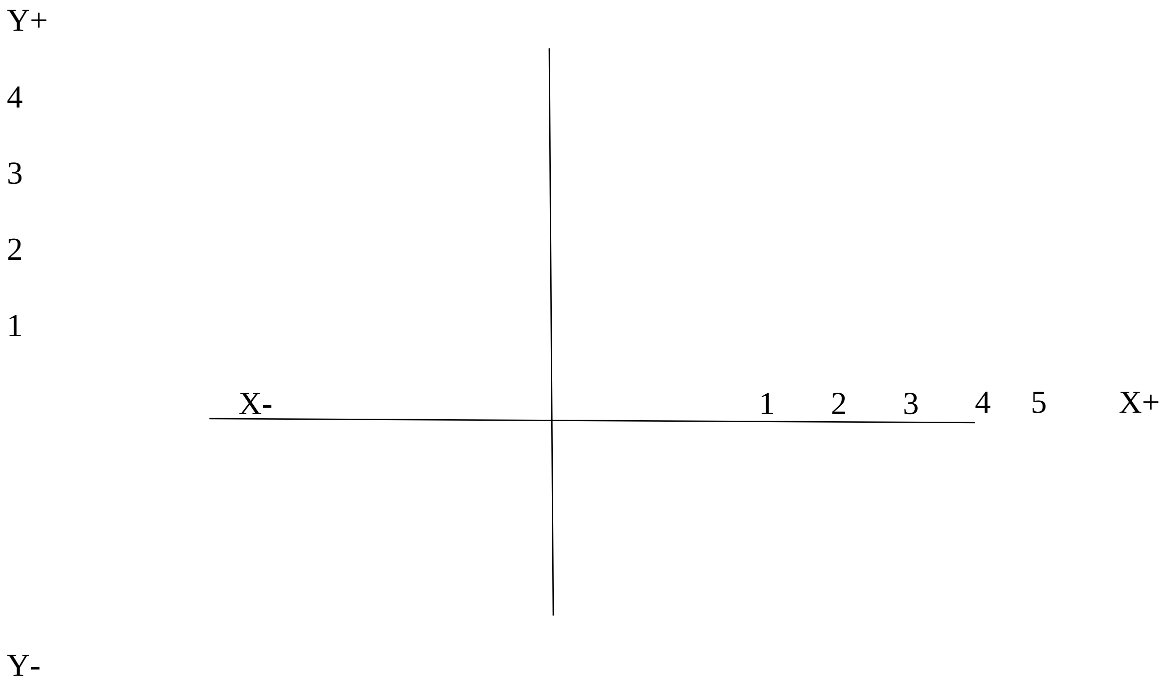
Trazamos desde el punto indicado en (este caso P) rectas paralelas a los ejes, esto nos definirá las coordenadas que determinan la posición del punto.

En el ejemplo de la figura anterior el punto se representa por las coordenadas (2,3), es decir, (X,Y).

Ahora, suponiendo que queremos localizar dos puntos P Y P', realizamos la misma operación que en el caso anterior. En este caso la localización en el sistema de coordenadas de los puntos P y P' seria (2,3) y (5,1).

Si unimos con una línea los puntos ya localizados, dispondremos de una línea gráfica, que es





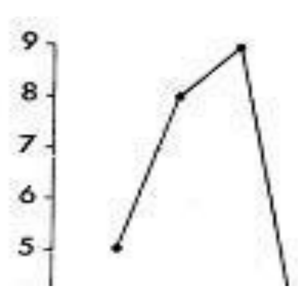
Como estamos en presencia de un modelo gráfico representativo de datos estadísticos reales, podemos suponer que ese punto, supuesto en estado móvil subirá o bajará para señalar el aumento o disminución de un dato y por otra se trasladaría hacía la derecha o hacía la izquierda indicando también aumento o disminución.

Veamos un ejemplo práctico:

Comportamiento de un producto en 4 meses

MESES	**Ganancia del producto**
1	**$5,000**
2	**$8,000**
3	**$9,000**
4	**$3,300**

Y+



4

3

2

1

X- 1 2 3 4 5 6

Meses

En este ejemplo hemos escogido el eje de las abscisas para representar el tiempo y el de las ordenadas para las ganancias. Como se podrá observar claramente, el tercer mes fue el de las mayores ganancias y el cuarto el de menos ganancias.

Este tipo de gráfico se puede utilizar también para expresar el comportamiento de varios hechos, dándole a cada uno un color o simbología determinada para su rápida identificación.

Meses	Ganancias en $		
	Camisas	Pantalones	Pañuelos
1	5,000	9,000	3,500
2	7,000	8,000	6,500
3	7,000	8,500	7,500
4	6,000	5,000	9,500

9

8

7

6

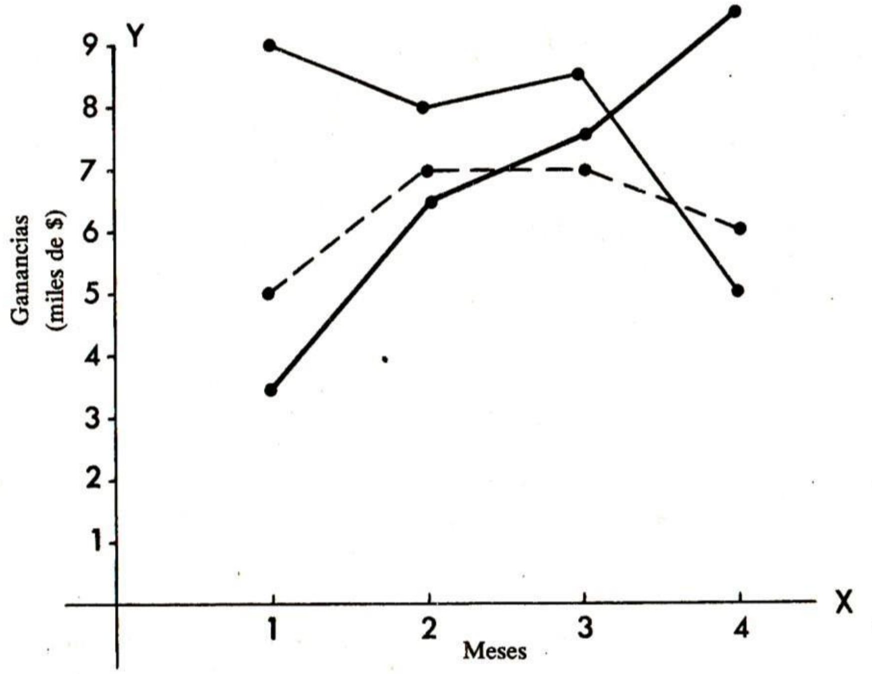
5

4

3

2

1



1 2 3 4 5 X+

SIMBOLOGIA

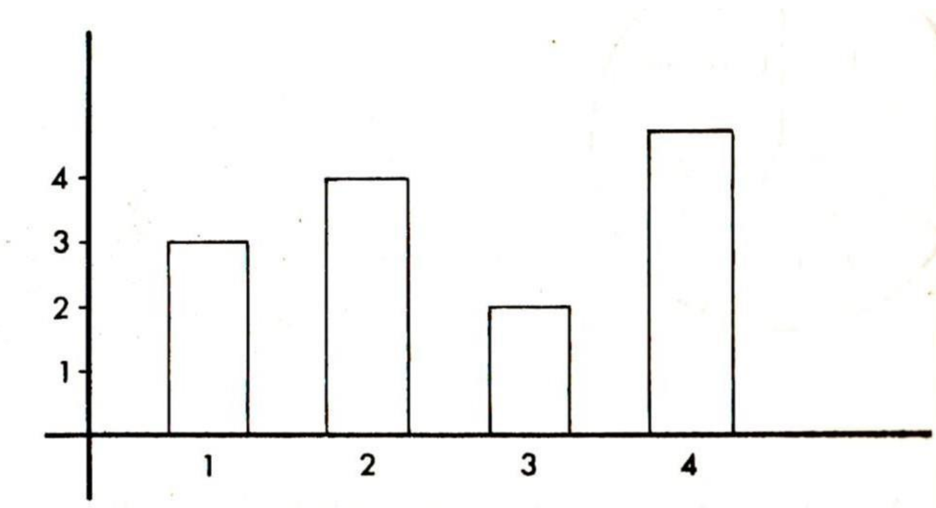
________________	-> Pantalones
_ _ _ _ _ _ _ _ _ _	-> Camisas
________________	-> Pañuelos

Hasta el momento no hemos referido a la representación gráfica por medio de líneas, más cualquier cifra o dato puede representarse también por otras figuras geométricas, por ejemplo:

a. El rectángulo
b. El circulo
c. El semicírculo
d. El triangulo

…y otros más.

El rectángulo o gráfico de barras verticales se obtiene bajo los mismos principios que el de línea. En este tipo de gráfico la paralela a la ordenada trazada desde el punto en cuestión, sería un rectángulo de base constante. En estos casos los puntos localizados no se unen. Este tipo de grafico da otra forma de expresión de fácil visión y sencilla compresión.



b) Gráficos basados en el círculo y el semicírculo.

Los gráficos semicirculares y circulares son muy legibles y armónicos. En el campo económico este tipo de gráfico es muy utilizado.

La construcción de estos gráficos es muy sencilla, basta dividir los ángulos alrededor del centro, que sería en 36 partes, pues esta es la cantidad de grados que tiene una circunferencia o en el caso del semicírculo en 180 partes. Los ángulos que parten del centro son a su vez proporcionales a las superficies de los sectores que determinan. El área total del círculo representará el hecho total, cuya cifra debe suponerse equivalente al valor en grados de la circunferencia.

En este grafico circular se muestra los reglones básicos de producción de un país.

Otra forma que se utiliza mucho en la división de la circunferencia, es la centesimal, o sea, en 100 partes iguales.

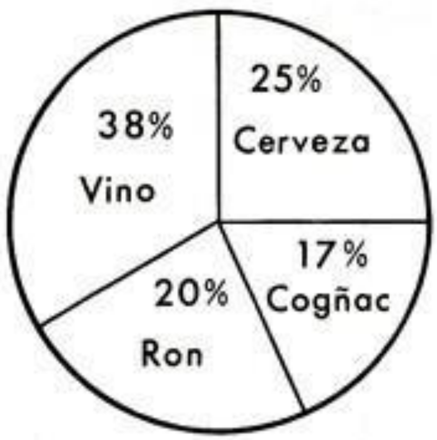


Grafico circular dividido centesimalmente que representa las ventas por productos de una empresa de bebidas.

5.9 Ejercicios resueltos.

A continuación ilustraremos una tabla de estadísticas económicas, para que el estudiante se familiarice con ellas.

TABLA - ESTADISTICA ECONOMICA

Años	Importación	Exportación	Saldo	Importación por Habitantes	Exportación por habitantes
1	$62.930.92	$106.836.28	$43.905.36	$38.36	$65.13
2	73.357.37	98,853.68	25.496.31	43.72	58.92
3	74.111.63	94,303.58	20,191.95	43.08	54.81
4	81,829.87	96,418.69	14,588.82	46.43	54.71

A continuación se ejercitarán algunos sencillos problemas para adiestrarse en el cálculo de los números índices y luego se pasara a practicar este mismo proceso, pero ya directamente en las tablas.

1) La producción de un mineral en un país cualquiera fue en el 2015 de 326.5 millones de toneladas métricas. Escogemos su número índice tomando por base el año 2005, cuya producción fue de 250 toneladas métricas.

Hallar el número índice:

250 : 100 : : 326.5 : X

� = 100 � 326.5 / 250

Respuesta: X = 116.38

2) Halle el número índice de un volumen de venta que en el año 2010 fue de $175.450 y tomo como base las ventas del año 2005 que fueron $150.750

150,750 : 100 : : 175,450 : X

� = 100 � 175,450

150,750

Respuesta: X = 11.638

3) Hallar el número índice de la siguiente tabla:

Establecer como base el primer año.

Año	Venta en Unidades
1	487.3
2	501.8
3	534.9
4	565.3

487.3 : 100 : : 501.8 : X

X = 102.9

487.3 : 100 : : 534.9 : X

X = 109.7

487.3 : 100 : : 565.3 : X

X = 116

Luego la tabla se representaría así:

Año	Ventas en unidades	Índice
1	487.3	100
2	501.8	102.9

Entonces podemos garantizar que las ventas aumentaron de 100 a

116.

3	534.9	109.7
4	565.3	116

4) Halle los números índices de la siguiente tabla y tome como base el primer año.

U/M – unidades de millar

Año	Zapatos U/M	Camisas U/M	Vestidos U/M
1ro	345.72	225.6	210.8
2do	410.4	230.7	350.35
3ro	420.67	235.81	420.82
4to	450.5	240.67	510.64

Cálculo del índice del artículo: zapato.

345.72 : 100 : : 410.4 : X

� = 100 � 410.4

345.72

X1 = 118.7

345.72 : 100 : : 420.67 : X

� = 100 � 420.67

345.72

X2 = 121.6

345.72 : 100 : : 450.5 : X

� = 100 � 450.5

345.72

X3 = 130.3

Nos presentamos las operaciones del cálculo de los otros índices, pues son similares a la anterior.

Esta sería la representación de la tabla, después de calculados los índices:

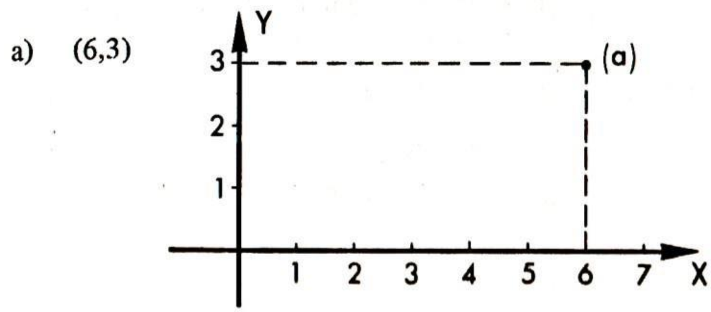
Años	Zapatos u/m	Camisas u/m	Vestidos u/m

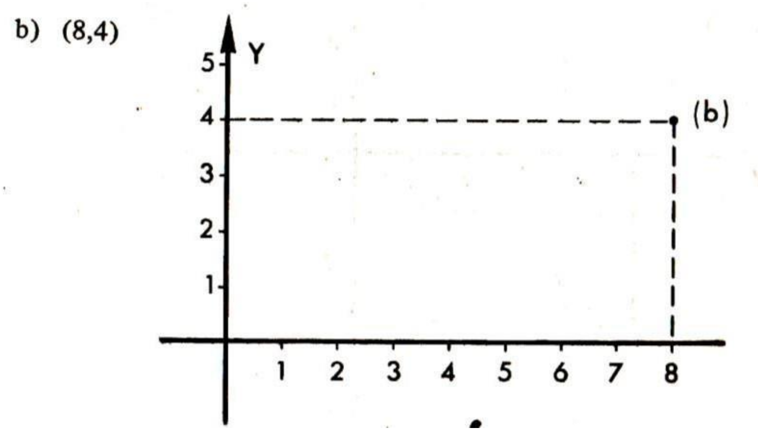
	Venta	Índice	Venta	Índice	Venta	Índice
1	345.72	100	225.6	100	210.8	100
2	410.4	118.7	230.7	102.2	350.35	166.2
3	420.67	121.6	235.81	104.5	420.82	199.6
4	450.5	130.3	240.67	106.6	510.64	242.2

Los índices encontrados nos señalan claramente las fluctuaciones de las ventas de los tres artículos. Podemos observar fácilmente las marcadas diferencias que existen.

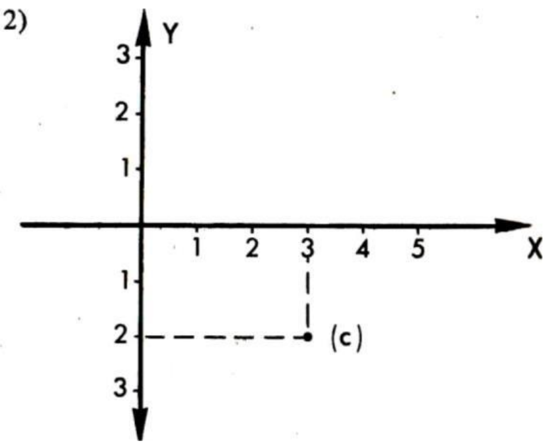
Estos índices bien analizados pueden señalar una pauta, para decisiones acertadas en los próximos años de venta.

5) A ... como base f ... s.

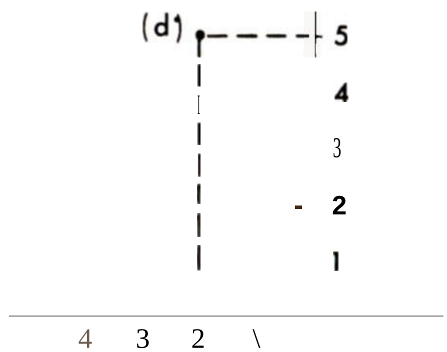




c) (3, – 2)



d) (—2, 5)

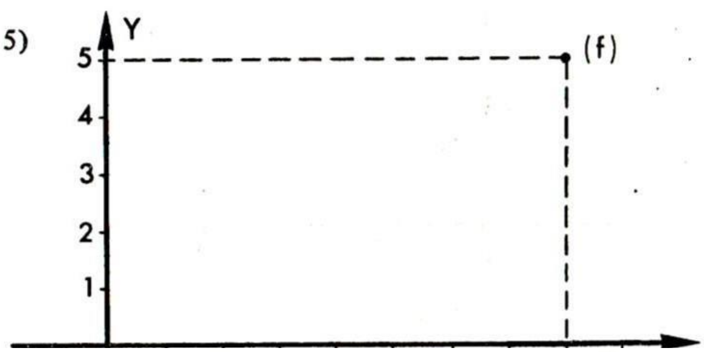


(—5, —3)

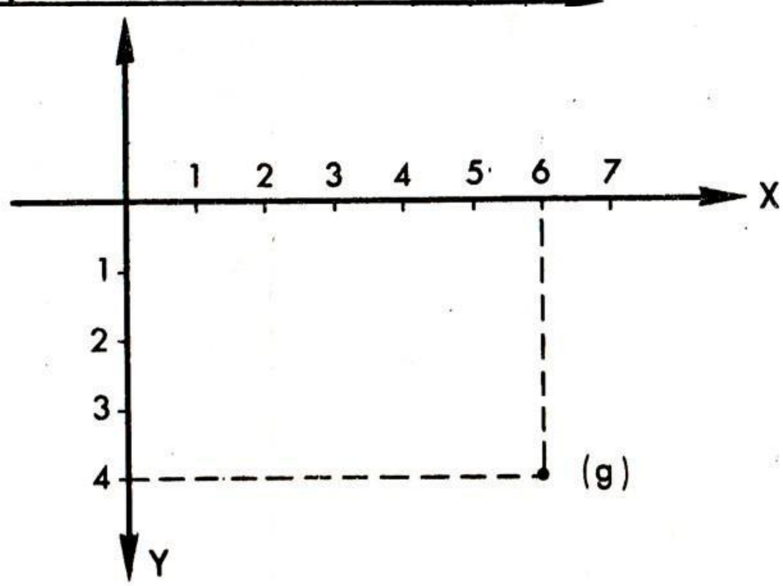
d)

(-5, -3)

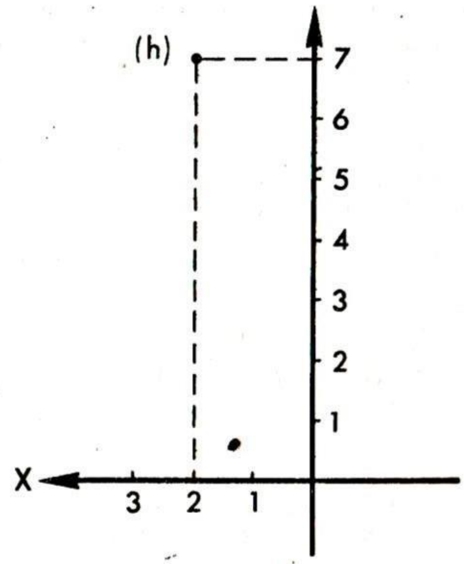
f) (8, 5)



g) (6, –4)

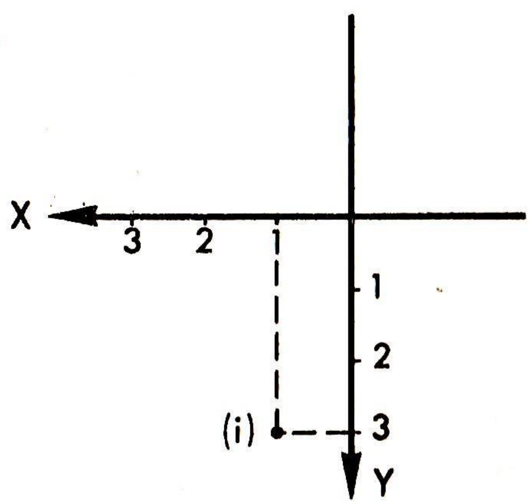


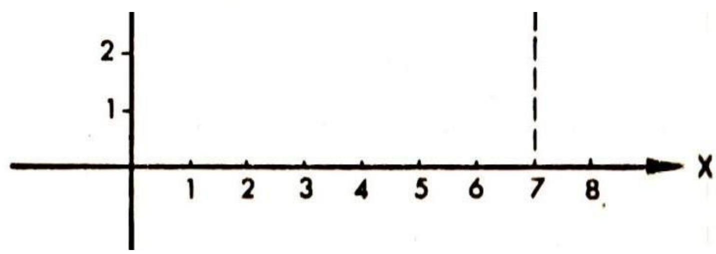
h) (−2, 7)



g) (-2, 7)

i) (−1, −3)





6) A continuación ubicaremos varios puntos en un mismo plano de coordenadas y los uniremos mediante una línea, logrando de este modo gráficos de línea.

a) Puntos a ubicar:

(2, 4), (4, 6), (5, 5), (7, 7)

(9, 8), (11, 8), (12, 7) (13, 4)

(14, 3), (15, 5)

b) Puntos a ubicar:

(2, 2), (4, 4), (6, 5), (8, 4), (11, 1)

(12, 3), (13, -5), (14, -6), (15, -4)

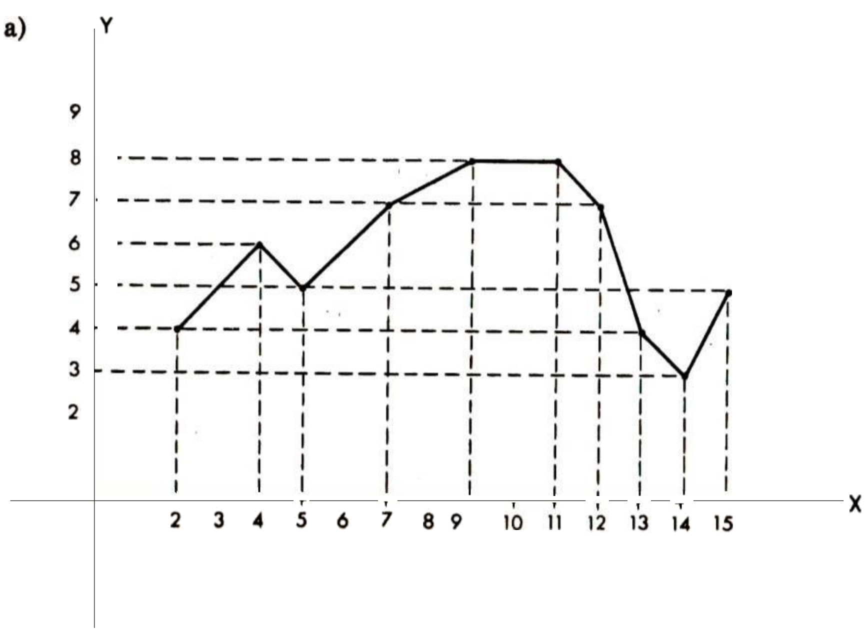
(17, 2), (19, 4), (20, 5)

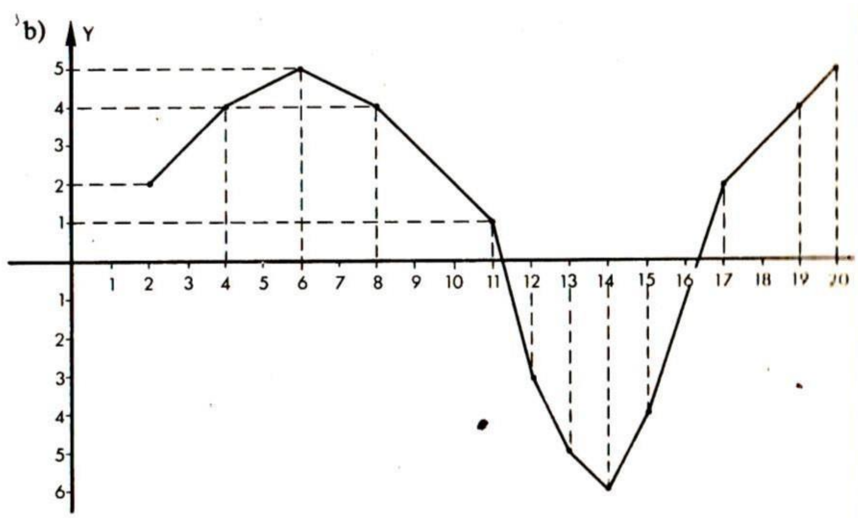
c) Puntos a ubica:

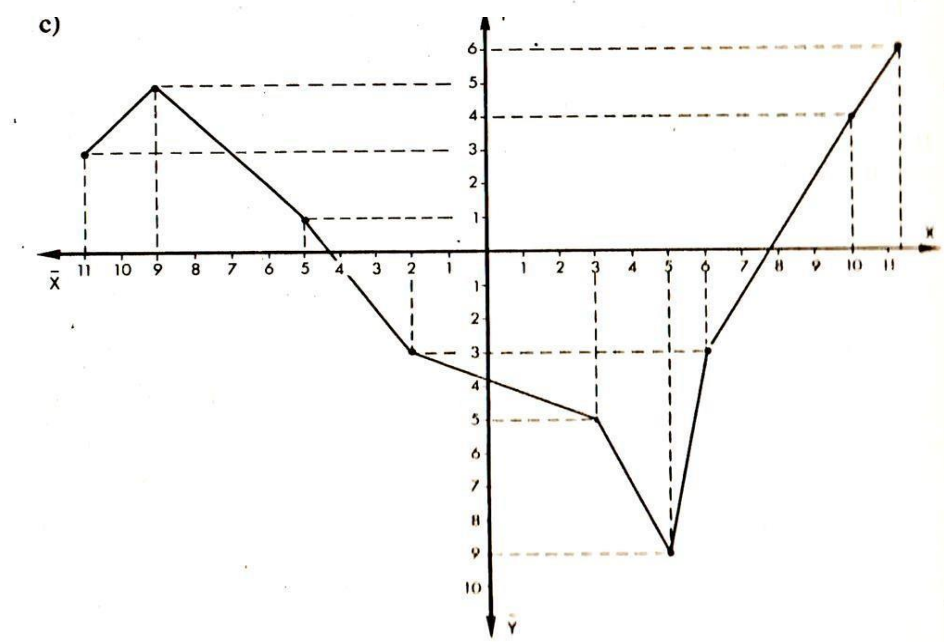
(-11, 3), (-9, 5), (-5, 1), (-2, 3)

(3, -5), (5, -9), (6, -3), (10, 4), (11, 6)

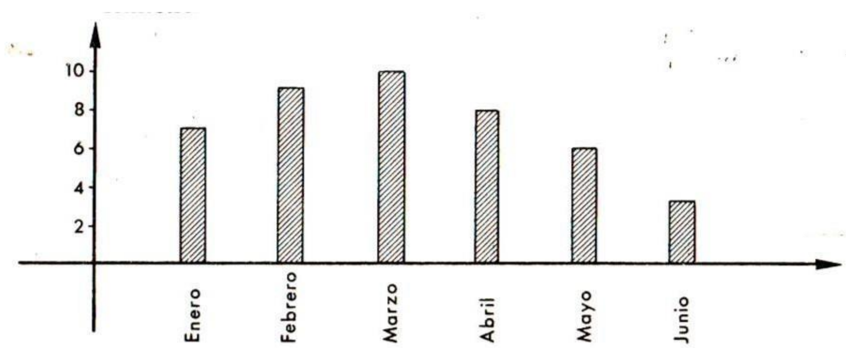
a)







7) Construir un gráfico de barras verticales, con los siguientes datos, relacionados con la producción de una fábrica por meses durante un semestre.



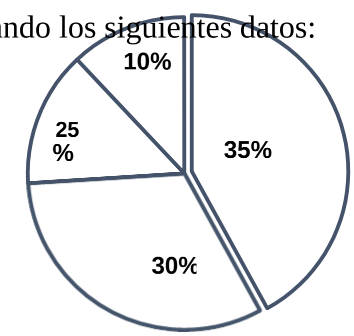
Datos del gráfico anterior

Mes		Producción P/U
Enero	____________	6,500
Febrero	____________	8,500
Marzo	____________	10,000
Abril	____________	8,000
Mayo	____________	6,000
Junio	____________	2,600

Como se podrá apreciar los datos “fríos”, se pueden convertir en un didáctico esquema capaz de transmitir una idea más “viva” de la producción de la fábrica.

8) Los gráficos en círculos pueden aplicarse ventajosamente en los casos en que los hechos generales contienen dentro de ellos clases o grupos. Ejemplo: Construir un gráfico circular reflejando los siguientes datos:

Producción nacional de un país:



Azúcar: 25%

Café: 30%

Plátano: 10%

Minería: 35%

En este caso la producción nacional sería igual al 100%, lo que coincide con la superficie de toda la circunferencia.

A continuación presentamos algunos ejercicios que contemplan de una forma integral, todos los conocimientos estudiados hasta el momento.

9) De los datos que se relacionan

a) Conforme una tabla estadística y diga a qué tipo pertenece.
b) Obtenga de ella los números índice, tomando como base el primer mes.
c) Construya un gráfico.

Enero: Zapatos.....................57,500 Unidades Vendidas
…....   86,500   “   “
Camisas………   25,800   “   “
……….
Pantalones………
……

Febrero: Zapatos…………   65,900 Unidades Vendidas
…....   90,700   “   “
Camisas………   80,500   “   “
……….
Pantalones………
……

Marzo: Zapatos…………   85,000 Unidades Vendidas
…....   140,000   “   “
Camisas………   90,000   “   “
……….
Pantalones………
……

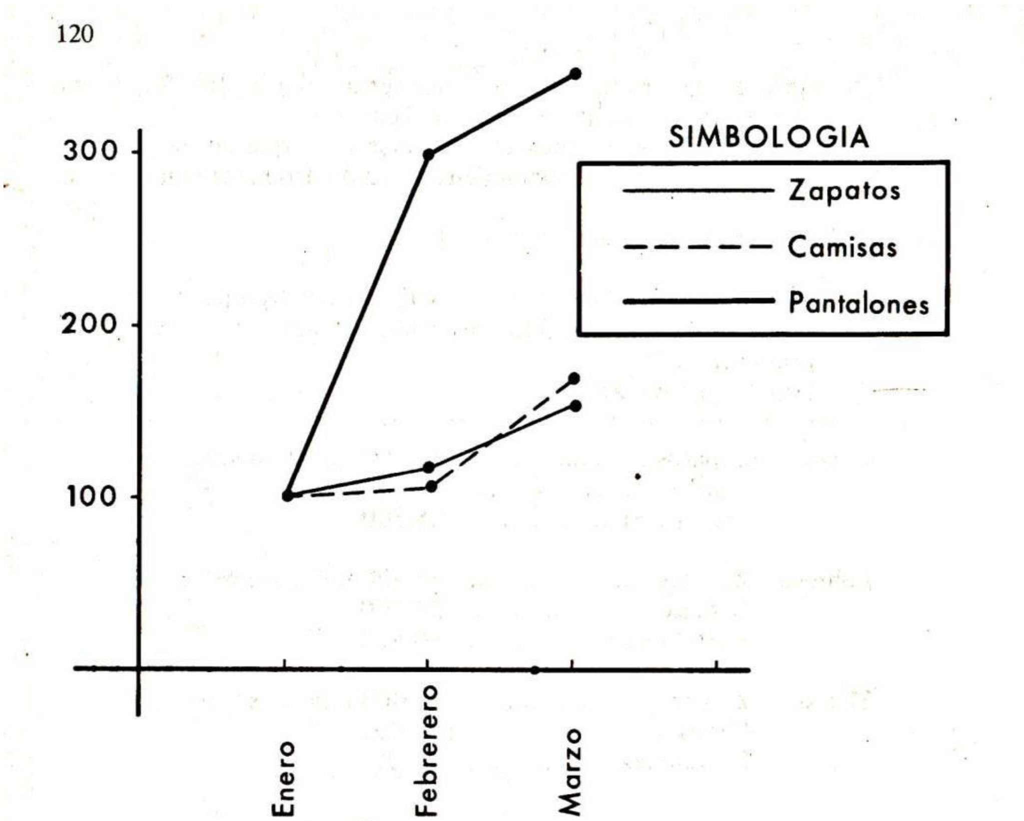
ESTADISTICA ECONOMICA

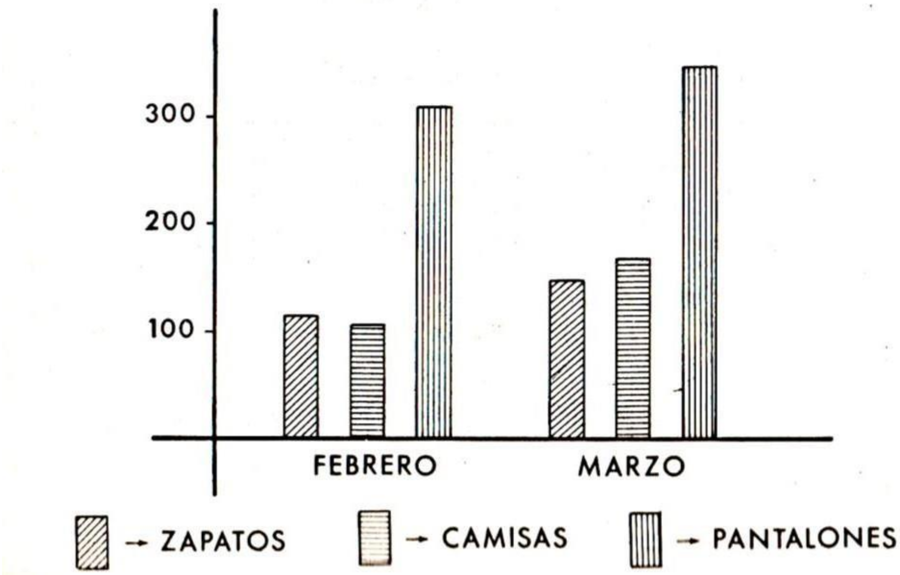
Meses	Unidades Vendidas		
	Zapatos	Camisas	Pantalones
Enero	57.500	86.500	25.800

Febrero	65.900	90,700	80,500
Marzo	85,000	140,000	90,000

TABLA CON LOS ÍNDICES

Mes	Unidades Vendidas					
	Zapatos	Índice	Camisas	Índice	Pantalones	Índice
Enero	57.500	100	86.500	100	25.800	100
Febrero	65.900	114.6	90,700	105	80,500	312
Marzo	85,000	148	140,000	162	90,000	348





5.10 Ejercicios propuestos.

1) Elabore una tabla Estadística Económica (3 filas y 4 columnas) con datos libremente escogidos por usted.

2) Resuelva los siguientes ejercicios.
   a) La producción de minerales en un país fue en 2010 de 450.3 miles de toneladas métricas, si tomamos como base el año 2000 cuya producción fue de 325.8 de toneladas métricas. Halle su número índice.
   b) Halle el número índice de un volumen de venta que en el año 2015 fue de $265,426 y tome como base las ventas del año 2005 que fue de $195,890.
   c) Diga los índices de exportación alcanzados por una industria de radio y T.V. que en el año 2010 exportó 15,726 artículos, en el 2011, 17,421, en el 2012, 19,426, y en el 2014, 22,320. Tome como base el 2010.
   d) Halle el índice de venta de un comercio de ropa masculina que en el primer trimestre del año sus libros de cuenta arrojaron los siguientes datos. Tome como base el mes de enero.

Enero Febrero	**Medias**	**Pañuelos**	**Calzoncillos**
	45,620	25,342	19,021

Marzo	49,850 50,652	31,654 39,202	22,040 32,651

e) Diga cuanto es el índice de exportación de un país en los 3 sectores básicos de su producción durante los 5 primeros años de la década del 2000 - 2010. Tome como base el primer año.

Años	**Arroz**	**Tabaco**	**Trigo**
2000	341.5	350.3	120.8
2001	342.2	390.2	122.3
2002	350.1	410.1	125.4
2003	390.8	440.3	130.2
2004	420.2	470.8	135.1
2005	450.1	510.1	136.2

f) De las siguientes tablas extraiga el índice tomando en todos los casos como base el número 1.

1

	A	**B**	**C**
1.	42.7	26.1	8.3
2.	36.1	22.3	11.4
3.	32.8	24.8	10.1
4.	45.3	29.2	13.6

2

	A	B	C	D
1.	145	225	104	320
2.	149	230	106	318
3.	201	220	109	325
4.	220	190	120	340

3

A	**B**	**C**

1.	675.421	325.462	245.3
2.	678.302	320.701	326.471
3.	690.501	310.401	450.326
4.	740.320	295.301	542.301

4

	A	B	C
1.	26.3	36.4	17.2
2.	18.2	38.2	19.8
3.	15.1	40.3	23.2
4.	12.3	36.4	26.9
5.	10.4	32.1	30.4

g) Ubique en el plano los siguientes puntos y únalos mediante una línea

1. (3,2) (9,5)
2. (2,8) (7,3)
3. (-5,2) (4,7)
4. (-7,-4) (6,4)
5. (-5,3) (6,-4)
6. (2,2) (3,4) (6,1) (9,3)
7. (1,9) (3,1) (5,4) (8,7) (10,7)
8. (-7,5) (-4,1) (2,3) (4,1) (6,5) ((8,7) (10,6)
9. (-10,5)(-2,3) (5,-7) (7,-7) (10,3) (12,5) (12,7)
10. (-8,-10) (-6,-8) (-4,-8) (-2,-2) (2,-1) (4,3) (6,5) (8,8) (10,8) (10,10)

h) A partir de los siguientes datos construya gráficos de barras verticales.

1.

Meses	**Gastos**
Enero	450
Febrero	570
Marzo	650
Abril	850

2.

Días	Venta Diaria
Lunes	950.00
Martes	920.00
Miércoles	700.00
Jueves	800.00
Viernes	670.00
Sábado	580.00

3.

Mes	**Gastos**	**Mes**	**Gastos**	**Mes**	**Gastos**
Enero	450	Mayo	1050	Septiembre	750
Febrero	650	Junio	900	Octubre	600
Marzo	870	Julio	850	Noviembre	550
Abril	950	Agosto	700	Diciembre	400

i) Con los datos que se relacionan:

1. Conforme una tabla estadística económica.
2. Obtenga de ella los números índices y tome como base el primer mes.
3. Construya el gráfico correspondiente (lineal y de barras verticales).

Primer trimestre de ventas por unidades

Enero:	Televisores…………	450
	Radios…………………	870
	Cocinas……………….	620
Febrero:	Televisores…………	650
	Radios…………………	600
	Cocinas……………….	700
Marzo:	Televisores…………	250
	Radios…………………	500

Cocinas............................ 950

j) Con los datos que se relacionan

1. Conforme una tabla estadística económica.
2. Obtenga de ella los números índices y tome como base el primer mes.
3. Construya el gráfico correspondiente (lineal y de barras verticales).

Cuatro meses de producción de una fábrica de latas de conserva por unidades.

Primer mes:	Vegetales……………	15,40
	………..	0
	Melocotones…………	10,80
	……..	0
	Peras…………………	6,400
	………..	18,00
	Tomates………………	0
	………	
Segundo	Vegetales……………	12,00
mes:	………..	0
	Melocotones…………	13,50
	……..	0
	Peras…………………	8,000
	………..	21,50
	Tomates………………	0
	………	
Tercer mes:		10,50
	Vegetales……………	0
	………..	15,70
	Melocotones…………	0
	……..	7,000
	Peras…………………	21,50
	………..	0

	Tomates……………… ………	
Cuarto mes:	Vegetales…………… ………..	10,50 0
	Melocotones………… ……..	18,00 0
	Peras………………… ………..	5,500 24,00
	Tomates……………… ………	0

k) Con los datos que se relacionan:

1. Conforme una tabla estadística económica.
2. Obtenga de ella los números índices y tome como base el primer mes.
3. Construya el gráfico correspondiente

Primer semestre de ventas por unidades de 3 artículos.

Enero	Camisas…………	125	Unidades de millar
	Zapatos…………..	85	
	Pantalones………	70	
Febrero	Camisas…………	130	
	Zapatos…………..	90	
	Pantalones………	79	
Marzo	Camisas…………	140	
	Zapatos…………..	70	
	Pantalones………	79	
Abril	Camisas…………	145	
	Zapatos…………..	70	
	Pantalones………	60	

Mayo	Camisas………….	155
	Zapatos…………..	60
	Pantalones………	60
Junio	Camisas………….	165
	Zapatos…………..	75
	Pantalones………	50

EN GENERAL:

1. En los procedimientos de análisis de índices financieros existen las siguientes categorías:
   i) Comparación de las relaciones entre cuentas.
   ii) Comparación de las relaciones entre una entidad y de las de su misma industria.
   iii) Comparación de una cuenta con información no financiera.
   iv) Comparación de los índices con los promedios de la industria o con entidades similares.

2. En los análisis de tendencia se analizan los cambios de saldo de una cuenta a través del tiempo, entre otros.

3. Las estadísticas económicas y financieras elaboradas a partir de la información obtenida desde las matemáticas financieras, pueden influir poderosamente en las expectativas de las empresas y de los mercados financieros nacional e internacional.

AUTOEXAMEN

1. ¿Qué entiende usted por estadística?
2. ¿Qué indican los números índices?

3. ¿Qué son las representaciones gráficas?
4. Ubique en el plano los siguientes puntos y únalos mediante una línea.

   (-6,4) (-4,6) (-2,2) (3,-5) (6,-2) (8,4) (10,6)

5.

Enero:	**Ron………………**	**45,500**	**Unidades**	**Vendidas**
	Vino…………….	**50,000**	**“**	**“**
	Cerveza………..	**35,000**	**“**	**“**
Febrero:	**Ron…………..…**	**60,000**	**“**	**“**
	Vino…………….	**65,000**	**“**	**“**
	Cerveza………..	**35,000**	**“**	**“**
Marzo:	**Ron………………**	**80,000**	**“**	**“**
	Vino…………….	**30,000**	**“**	**“**
	Cerveza………..	**50,000**	**“**	**“**

Los datos anteriores representan las ventas de tres meses de una empresa de bebidas, con ellos confeccione:

a) Una tabla estadística.
b) Los números índices y tome como base el primer mes.
c) Un gráfico lineal y otro de barras verticales.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

- Achong V, Edgar. (2006). Matemática Financiera. Decanato de la Facultad de Ciencias Económicas y Sociales. Universidad de los Andes. Mérida – Venezuela.
- Bolten, Steven. (1981). Administración Financiera. I Edición. Editorial LIMUSA. México – Distrito Federal.
- Contreras, Ismaira. (2005). Glosario y Formulario de Administración Financiera. Consejos de Planificaciones. Universidad de los Andes. Mérida - Venezuela
- De la Cueva, Benjamín. (2001). Matemáticas Financieras. Textos universitarios. Universidad Nacional de México. México.
- Díaz Mata, Alfredo. (2013). *Estadística aplicada a la administración y la economía:* México D. F.: Mc Graw-Hill.
- Fernández F, Santiago, Córdoba Alejandro, Cordero S, José M. (2002). Medidas de dispersión. Estadística descriptiva. 2da Edición. Editorial ESIC
- Gitman, Lawrence. (2003). Principios de Administración Financiera. Pearson Educación. 10ma Edición. México.
- González G, José. (2008). Intereses y anualidades ciertas. Ediciones Macchi. Córdova – Argentina.
- Indacochea, Alejandro. (2002). Administración Financiera-
- Kisbeye, Patricia, Levestein, Fernando. (2009). Todo lo usted quiere saber sobre matemática financiera, pero no se atreve preguntar. Colección: Las ciencias naturales y la matemática. I Edición – Ministerio de Educación Instituto Nacional Tecnológica. Buenos Aires – Argentina.
- Ochoa, Guadalupe. (2001). Administración Financiera. Mc Graw-Hill.
- Ortiz, Héctor. (2004). Análisis Financiero Aplicado.
- Ramírez, Carlos, García, Miltón, Pantoja, Cristo. (2009). Fundamentos de matemática Financiera. (Universidad Libre – Centro de Investigaciones) Cartagena de Indias – Colombia. Producto del grupo de investigación GNOSIS.
- Van Horne, James. (2009). Administración financiera. Editorial Miembro de la Cámara Nacional de la Industria. 10ma Edición. México.

- Vargas, Herlindo. (2002). Matemática financieras. Memorias evolución de las finanzas. Bogotá – Colombia.
- Weston, Fred, 2004. Finanzas en Administración. 8va Edición. Editorial Miembros de la Cámara Nacional de la Industria, Ciudad de Juárez – México